

關於風險測量與避險的範例

陳振桐

1. 風險值(VaR)與條件尾端期望值(CTE, Conditional Tail Expectation)

假設一個投資組合由資產 1 和資產 2 組成。由於分散(Diversification)效益，直觀上會認為：投資組合的風險 \leq 資產 1 的風險+資產 2 的風險(即 sub-additivity 性質)。因此，我們合理期待一個好的風險測度(把風險測度想像成一個函數)，同樣有：風險測度(投資組合) \leq 風險測度(資產 1)+風險測度(資產 2)。

是以，若採 VaR 為風險測度，我們當然期待： $VaR(\text{投資組合}) \leq VaR(\text{資產 1}) + VaR(\text{資產 2})$ 。但一個漂亮的反例如下：

表 1：損失分佈的聯合密度函數

機率\損失金額	資產 1	資產 2	投資組合
0.01	1	1	2
0.01	2	2	4
...
0.01	90	90	180
0.01	91	100	191
0.01	92	99	191
0.01	93	98	191
0.01	94	97	191
0.01	95	96	191
0.01	96	95	191
0.01	97	94	191
0.01	98	93	191
0.01	99	92	191
0.01	100	91	191

則在 0.95 顯著水準下， $VaR(\text{資產 1}) = VaR(\text{資產 2}) = 95$ ， $VaR(\text{投資組合}) = 191$ ，但 $VaR(\text{投資組合}) = 191 > 190 = VaR(\text{資產 1}) + VaR(\text{資產 2})$ 。顯見，VaR 違背了我們對於資產組合會有風險分散效益的預期。

另外若對上述聯合密度函數計算條件尾端期望值(CTE)，則在 0.95 顯著水準下， $CTE(\text{資產 1}) = CTE(\text{資產 2}) = (95+96+97+98+99+100)/6 = 97.5$ ， $VaR(\text{投資組合}) = (191+191+191+191+191+191)/6 = 191$ ，而 $CTE(\text{投資組合}) = 191 \leq 195 = 97.5 + 97.5 = CTE(\text{資產 1}) + CTE(\text{資產 2})$ ，滿足 sub-additivity 性質。因此以本範例來說，

CTE 比 VaR 更能滿足我們對於一個合理的風險測度的期待。

2. 避險與風險資本

假設保險公司持有一實體資產，並找到一個衍生性金融商品，想進行所謂的替代避險(Proxy Hedge)。假設該實體資產經過一期的損益為隨機變數 X ，而衍生性金融商品的損益為 Y ，並觀察過去的經驗資料如下：

表 2：實體資產與衍生性金融商品的經驗分佈

編號	X	Y	X+(-Y)
1*	-49.5	49.5	-99
2*	-48.5	48.5	-97
3	-47.5	-47.5	0
...	0
i	i-50.5	i-50.5	0
...	0
98	47.5	47.5	0
99*	48.5	-48.5	97
100*	49.5	-49.5	99

亦即編號 3 到編號 98 的樣本點，實體資產與衍生性金融商品的損益完全一致(亦即 short 衍生性金融商品將有完美的避險)，然而於編號 1、2、99 和 100 的樣本點，損益的金額大小相同，但方向相反(short 衍生性金融商品將有加倍的損益)。計算 X 和 Y 的相關係數得到 0.7695，滿足現行法規對避險目的衍生性金融商品的定義。因此，保險公司即可以 enter 該衍生性金融商品 short 的部位以進行避險，而其過去經驗合計的損益則如上表 $X+(-Y)$ 欄位。問題是，藉由該避險之後，保險公司是否就不再面臨風險，而因此無須提列風險資本？

假設使用顯著水準 2.5% 的風險值(VaR)為風險的測度，雖然顯著水準更嚴格，但觀念上同於目前 RBC 制度風險資本的概念，並假設使用前述經驗分佈來近似未來真正的損益分佈。是以，若保險公司不進行前述的避險交易，則其風險僅為實體資產的價值變動，大小為 $-VaR_{0.025}(X) = 48.5$ 。另一方面，若保險公司進行前述的避險，其風險則為實體資產與衍生性金融商品構成的投資組合價值的

變動，大小為 $-VaR_{0.025}(X + (-Y)) = 97$ 。我們發現，進行替代避險之後，保險公司的風險反而增加了。

若質疑使用風險值當作風險測度在理論上不夠完美，則我們改用更具說服力的尾端條件期望值，則實體資產的風險大小為

$$-CTE_{0.025}(X) = (48.5 + 49.5)/2 = 49，$$

但實體資產與衍生性金融商品構成的投資組合的風險大小則為

$$-CTE_{0.025}(X + (-Y)) = (97 + 99)/2 = 98，$$

仍顯示替代避險徒增了保險公司的風險。

雖然以上純屬範例的討論，但 2008 年金融海嘯也透露，在極端情境下的相關性可以顯著有別於平常的情境。因此，本文的最後我們建議，若風險資本(或風險的衡量)係建立在尾端情境的基礎上，則其相關的辯證(比如避險的抵減效用)應審慎考慮是否適合採一般情境下的論述。