C3 財務工程

選擇題 30 題：(第 1 題至第 20 題每題 3 分，之後每題 4 分)

1.(　1　) 令 C 為歐式買權之價格，P 為相同標的資產，相同執行日，相同執行價格之歐式賣權之價格，且滿足無套利假設，下列敘述何者為真？

a. 若連續股利率為 3%以及無風險利率為 2%，並考慮價平選擇權，則此時$C \geq P$。

b. 當標的資產發放離散股利時，則 C 減少而 P 增加

c. 當標的資產無法被交易時，則買權賣權恆等式(put- call parity)仍然成立。

(1) b (2) a, b (3) a, c (4) b, c

2.(　3　) 若標的資產在選擇權到期日前不會發放股利，下列敘述何者正確：

（1）歐式賣權價格等於美式賣權價格（2）歐式買權價格低於美式買權價格（3）歐式買權價格等於美式買權價格 （4）歐式買權價格高於美式買權價格。

3.(　3　)一歐式選擇權六個月後到期，執行價格 40 元，目前無風險利率為 3%，標的股票連續股利率為 2%，買權價格為 4.10 元，賣權價格為 3.20 元。請問此標的股票現在股價多少錢?

(1) 36.71 元 (2) 38.71 元 (3) 40.71 元 (4) 42.71 元

4.(　3　)假設歐式選擇權之價格如下表:

執行價格	40 元	50 元
買權價格	22 元	10 元
賣權價格	12 元	20 元

今一投資人以此選擇權建構價差策略進行套利。下列敘述何者正確?

(1) 以買權建構多頭價差(bull spread)可以套利

(2) 以賣權建構多頭價差(bull spread)可以套利

(3) 以買權建構空頭價差(bear spread)可以套利

(4) 以賣權建構空頭價差(bear spread)可以套利

5.(　4　)使用 Black- Scholes 定價模型有許多假設，下列敘述何者正確?

a.無任何交易成本以及交易稅。

b.金融商品可無限分割。

c.股價運動遵循幾何布朗運動，且波動度為常數。

d.無風險利率是常數，且借貸利率相同。

(1) a, c, d (2) a, b, c (3) a, b, d (4) a, b, c, d

6.(　4　)一證券市場有兩檔股票 S,Q，均不發放股利，目前股價分別為 50 以及 100 元。一年後可能的股價如下表:

結果	S 股價	Q 股價
1	90	30
2	90	100
3	0	200

一投資組合包含一以 S 股票為標的之歐式買權，執行價格為 50 元，以及一以 Q 股票為標的之歐式買權，執行價格為 90 元。無風險利率為 5%。請問此投資組合現在建構成本為多少錢?

(1) 60.35 元 (2) 62.35 元 (3) 64.35 元 (4) 66.35 元

7.(　2　)考慮一美式賣權，建構二期二項樹模型，其中 $u>0$ ，$d>0$ ，$r>0$ (連續複利下的無風險利率)，且滿足無套利假設。今你發現 ud 狀態以及 dd 狀態皆落入價內 (即 $P_{ud}>0$ 且 $P_{dd}>0$)，下列敘述何者正確?

a.在不發放股利的情況下，d 狀態必定是提早執行。
b.在連續股利率小於無風險利率的情況下，d 狀態必定是提早執行。
c.在連續股利率等於無風險利率的情況下，d 狀態必定是提早執行。
d.在連續股利率大於無風險利率的情況下，d 狀態必定是提早執行。

(1) a, b (2) a, b, c (3) d (4) c, d

8.(　1　)一歐式買權於 3 個月後到期。執行價格 70 元，目前無風險利率為 7%，標的股票股價為 60 元，年化報酬率為 15%，連續股利率為 5%，股價波動度為 20%。在 Black- Scholes 模型之下，請問此買權能夠執行之實際機率為何?

(1) 4.08 % (2) 7.49 % (3) 6.18 % (4) 10.75 %

9.(　4　) 隨著時代的演進，新奇選擇權(exotic option)也日新月異，下列敘述何者正確?

a.在相同條件下，以幾何平均數計算之亞式選擇權一定不會比以算術平均數計算之亞式選擇權貴。
b.若同時購買在具有相同條件下，即相同連結標的、到期日以及執行價之一單位的下跌生效買權(down-and-in call)以及一單位的上漲失效買權(up-and-out call)，則根據無套利原則其價格會等於一個相對應之相同條件下的歐式買權。
c. 在相同條件下，界限賣權(barrier put option)會比歐式賣權便宜。

(1) a, b (2) a, b, c (3) b, c (4) a, c

10.(　2　)一請求權給付 $C=\sqrt{S}$.假設 S 遵循幾何布朗運動，年化報酬率為 12%，連續股利率 2%，波動度 20%。C 所遵循的伊藤過程形式為 $\frac{dC(t)}{C(t)}=adt+bdW(t)$，請問係數 a 為

何?　(1) 0.035　(2) 0.045 (3) 0.055 (4) 0.065

11.(　3　) 許多參數會影響美式賣權的價格，關於下列敘述：
a. 標的股票發放的現金股利增加，美式賣權價格增加。
b. 當股票波動度上升時，美式賣權價格增加。
以上可以判別的是？
(1) 只有 a 正確　(2)　只有 b 正確　(3) 兩者皆正確　(4) 兩者皆錯誤

12.(　1　) 在滿足無套利假設下，若證券市場中有兩檔不發放股利之股票 X, Y 遵循之過程為

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = 0.3dt + 0.6dW(t), \frac{dY(t)}{Y(t)} = 0.4dt + AdW(t),$$

此外 $\mathrm{d}\big(\ln Y(t)\big) = \mathrm{B}dt + \sigma dW(t)$，無風險利率為 5%，請問係數 B 為何?
(1)　0.047　(2) 0.067 (3) 0.087 (4) 0.107

13. (　3　) 一般而言，對於 Theta 係數的描述，下列何者**錯誤**：(1) 通常為負值 (2) 對於價平狀態的選擇權，係數值可能是很大的負數 (3) 股價很低時，係數值的絕對值會變得很大 (4) Theta 係數可以視為投資組合的時間衰退。

14. (　2　) 關於上漲失效買權（up-and-out call）的描述，以下何者**錯誤**：(1) 一旦資產價格碰到障礙價格時，此選擇權會立即失效 (2) Vega 係數值仍會為保持正數 (3) 資產價格波動率增加可能會造成選擇權價格下跌 (4) 其價格相較一般標準選擇權而言較便宜。

15. (　3　) 在風險中立的世界下，若存在一個無股利發放之現金或沒有的買權（cash-or-nothing call）契約，若三個月（T）後股價大於約定價格，則該買權持有人可有 A 的收益，假設無風險利率為 r，則此買權價值為何？(1) $Ae^{-rT}N(d_1)$ (2) $Ae^{-rT}N(-d_1)$ (3) $Ae^{-rT}N(d_2)$ (4) $Ae^{-rT}N(-d_2)$。

16. (　3　) 無發放股利的歐式賣權 Delta（Δ）值落在：(1) 0 與 1 之間 (2) -1 與 1 之間 (3) -1 與 0 之間 (4) 大於 0。

17. (　1　) 下列何種情況下，歐式買權的 Delta 最大：(1) 深價內 (2) 價平 (3) 深價外 (4) 不一定。

18. (4) 若存在一個 Delta 中立的投資組合，若投資組合的 Gamma 值為-5，如果資產在短時間內發生±2 的變化,擇投資組合的價值變化為:(1)上漲 20 (2)上漲 10 (3)下跌 20 (4)下跌 10。

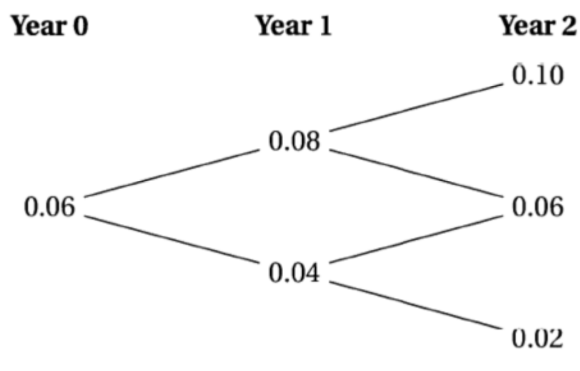
19. (2)下列何者<u>不是</u>路徑相依選擇權（path-dependent options）？
(1) 亞式選擇權（Asian options）(2) 缺口選擇權（gap options）(3) 界限選擇權（barrier options） (4) 回顧選擇權（look-back Options）。

20. (2)標的物、執行價格和到期期限都相同的一般標準買權和亞式買權兩者之關係為何？(1) 一般標準買權價格＝亞式買權價格 (2) 一般標準買權價格＞亞洲式買權價格 (3) 一般標準買權價格＜亞洲式買權價格 (4) 不一定。

21. (4) 衡量選擇權敏感度的 Vega 為:(1) 每單位股價變動,導致選擇權價格變動的幅度 (2) 每單位股價變動，導致 Delta 變動的幅度 (3) 每單位無風險利率變動，導致選擇權價格變動的幅度 (4) 每單位股價報酬率的波動度變動，導致選擇權價格變動的幅度

22. (2) 有一投資組合為 Delta 中立,其 Gamma 值為-100,假設存在某一買權的 Delta 值和 Gamma 值分別為 0.5 和 2,若希望投資組合可以同時維持 Delta 中立和 Gamma 中立，可選擇以下何者交易策略？(1) 買進 25 個選擇權、賣出 50 個標的資產 (2) 買進 50 個選擇權、賣出 25 個標的資產 (3) 買進 400 個選擇權、賣出 200 個標的資產 (4) 買進 200 個選擇權、賣出 400 個標的資產

23. (4) 給定以下連續型複利計息之利率的二項樹狀模型，假設向上的機率皆為 0.5。



則 3 年到期零息公債的連續型複利計息之利率為(不考慮違約風險)。
(1) 0.0593 (2) 0.0594 (3) 0.0596 (4) 0.0597

24. (4) 使用 control variate 的模擬法來計算術平均價格之亞式買權的價格。如果此選擇權給付三個月後股票算術平均價格在高於 40 元的差額。給定以下條件：
(i) 股票價格 40 元

(ii) 連續型複利之投資報酬率 0.18

(iii) 無紅利分配

(iv) 股票波動率為 0.4

(v) 連續型複利之無風險利率為 0.04

(vi) 標準常態隨機抽樣數值為：2.00, 0.50, -2.00

幾何平均價格之亞式買權的價格公式解為 2.35。

則算術平均價格之亞式買權的模擬價格為

(1) 2.55 (2) 2.56 (3) 2.57 (4) 2.58

25. (2)自均勻分配 U(0,1)抽樣 12 個數，來模擬 1 個服從 lognormal 分配 $\mu = 1$，$\sigma = 0.4$ 的數值，這些均勻分配的抽樣值加總為 5。這個服從 lognormal 分配的值為何？

(1) 1.7 (2) 1.8 (3) 1.9 (4) 2.0

26. (4)給定下述美元與英鎊之假設條件：

(i) 英鎊兌美元(dollar/pound)之匯率服從 Black-Scholes 之架構

(ii) 英鎊兌美元之即期匯率為$1.3/￡

(iii) 美元的連續型複利之無風險利率為 0.04

(iv) 英鎊的連續型複利之無風險利率為 0.08

(v) 英鎊兌美元匯率之波動率為 0.12

以美元計價之英鎊賣權，執行價格為自購買日起四個月後之每月底英鎊兌美元匯率之算術平均數。在一模擬路徑下使用下列四個標準常態隨機數值

-0.24	0.07	0.14	-1.12

在該模擬路徑下，計算出的選擇權模擬價格為

(1) 0.1 (2) 0.2 (3) 0.3 (4) 0.4

27. (1) 在 Vasicek 模型下，短期利率滿足以下隨機微分方程式

$$dr = 0.4(0.05 - r(t))dt + 0.2dW(t)$$

零息債券之價格滿足以下隨機微分方程式

$$\frac{dP}{P} = \alpha(r,t,T)\mathrm{dt} - q(r,t,T)dW(t)$$

則$q(0.04,0,5)$為

(1) 0.43 (2) 0.20 (3) 0.27 (4) 0.12

28. (2) 假設零息債券之價格為$P(r,t,T)$，其在 t 時間點賣出，T 時間點到期，短期利率 r。在 Vasicek 模型下，短期利率滿足

$$dr(t) = 0.4\big(b - r(t)\big)dt + \sigma dW(t)$$

使用 Delt-Gamma 近似法，若短期利率由 0.04 下降至 0.03，計算 5 年期零息債券價格之增加之百分比。

(1) 2.16% (2) 2.19% (3) 2.22%7 (4) 2.25%

29. (1) 若股價為 50，買權價格為 5，Delta=0.5，則此時買權彈性（call elasticity）為 ：
(1) 5 (2) 0.05 (3) 0.5 (4) 0.1

30. (1) 某人持有台積電買權（標的證券為股票 2,000 股）空部位 10 張，若 Delta 為 0.8，若要規避 Delta 風險，則須持有多少張台積電股票？
(1) 16 (2) 8 (3) 12.5 (4) 25