C3 財務工程

選擇題 30 題：(第 1 題至第 20 題每題 3 分，之後每題 4 分)

1.(3) 令 C 為歐式買權之價格，P 為相同標的資產，相同到期日，相同履約價格之歐式賣權之價格，且滿足無套利假設，下列敘述何者為真？

a.若連續股利率為 2%以及無風險利率為 3%，並考慮價平選擇權，則此時$C \geq P$。

b.當無風險利率上升的時候，對於買權價格的影響是增加其價值，而對於賣權是減少其價值。

(1) a (2) b (3) a,b (4) 以上皆非

2. (1)假設一資產的瞬時波動率平方滿足此隨機過程如下：

$$d\sigma_t^2 = k_v(0.02-\sigma_t^2)dt + 0.03\times\sqrt{\sigma_t^2}\,dW_t$$

則其波動率之隨機過程會滿足

$$d\sigma_t = a(\sigma_t)dt + b(\sigma_t)dW_t$$

請問$a(\sigma_t)=?$

(1) $\frac{1}{2\sigma_t}\left\{k_v(0.02-\sigma_t^2)-\frac{0.0009}{4}\right\}$ (2) $\frac{1}{\sigma_t}\left\{k_v(0.02-\sigma_t^2)-\frac{0.0009}{4}\right\}$

(3) $\frac{1}{2\sigma_t}\left\{k_v(0.02-\sigma_t^2)-\frac{0.0009}{2}\right\}$ (4) $\frac{1}{\sigma_t}\left\{k_v(0.02-\sigma_t^2)-\frac{0.0009}{2}\right\}$

3. (3)關於對數常態分配，下列敘述何者正確?

a.其母體均數(mean)必定大於其中位數。

b.其偏態係數(skewness)必定大於零，屬於右偏分布。

(1) a (2) b (3) a, b (4) 兩者皆錯誤

4. (3)關於歐式選擇權之希臘字母，下列敘述何者正確?

a.在 Black- Scholes 假設之下，則具有相同標的、履約價以及到期時間之買權與賣權兩者的 delta 滿足$\Delta_C+\Delta_P=1$ 。

b.即使不在 Black- Scholes 假設之下且股利率不為零，則具有相同標的、履約價以及到期時間之買權與賣權兩者的 vega 必定相同。

c.即使不在 Black- Scholes 假設之下且股利率不為零，具有相同標的、履約價以及到期時間之買權與賣權兩者的 Gamma 仍然相同。

(1) a, b (2) a, c (3) b, c (4) a, b, c

5. (2)考慮歐式價平的買權且股利率為零，下列敘述何者正確?

(1) 契約存續時間越長則 Theta 絕對值越大

(2) 契約存續時間越長則 Theta 絕對值越小

(3) 與契約存續時間長短無關

(4) 歐式價平的買權 Theta 與歐式價平的賣權 Theta 應該一樣

6. (1)使用 Black- Scholes 定價模型有許多假設，下列敘述正確的有幾項?

a.無任何交易成本以及交易稅。

b.股價運動遵循常態分配。

c.波動度滿足均數回歸現象(mean-reverting)。

d.假設借款利率小於貸款利率。

(1) 1 項 (2) 2 項 (3) 3 項 (4) 4 項

7. (1)關於一美式賣權的提早執行邊界與時間的關係，在不考慮股利率的情況之下(設股利率為零)，則下列敘述正確的有？

a.離履約到期日越近則理論上提早執行的價格會上升

b.此提早執行的邊界應為一個凹向下(concave downward)的曲線。

(1) 只有 a 正確 (2) 只有 b 正確 (3) 兩者皆正確 (4) 兩者皆錯誤

8.(1)在 Black- Scholes 模型之下，一歐式賣權於 3 年後到期。執行價格 35 元，目前無風險利率為 4%，標的股票股價為 40 元，股價波動度為 20%，連續股利率為 8%，請問具有相同條件下的買權之 Delta 值為何?

(1) 0.4587 (2) 0.4597 (3) 0.4607 (4) 0.4617

9. (1)滿足 Black-Schole 模型假設之下，關於歐式選擇權與美式選擇權的描述，正確的有幾項？

a. 若不考慮股利，則具有相同到期日、相同履約價之歐式買權必定等於美式買權的價格。

b. 若不考慮股利，具有相同到期日、相同履約價之歐式賣權必定等於美式賣權的價格。

c. 若考慮股利，具有相同到期日、相同履約價之歐式買權必定等於美式買權的價格。

d. 若考慮股利，具有相同到期日、相同履約價之歐式賣權必定等於美式賣權的價格。

(1) 1 項 (2) 2 項 (3) 3 項 (4) 4 項

10. (2)今有一歐式買權於一年後到期，執行價為 45 元，標的股票股價為 40 元、無股利發放，無風險利率為 5%。若仔細觀察可發現，當標的股票股價上漲 0.5 元時，該買權價格增加 0.25 元。請問，此標的股票的隱含波動度(implied volatility)為多少？

(1) 0.32 (2) 0.37 (3) 0.44 (4) 0.50

11. (　1　)現有一個半年期的歐式買權於 7/31 到期，並有以下條件

(i) 現貨股價為 40.

(ii) 買權履約價為 40.

(iii)　股票會各支付現金股利 2.50 在 3/31 以及 6/30.

(iv)　市場的無風險利率為 0.04.

(v) 股票年化後的波動度為 0.35.

請在 Black-Scholes 模型的架構下計算此買權價格。

(1) 1.98 (2) 2.52 (3) 3.18 (4) 3.89

12. (　2　)買進一口歐式買權，取得三個月後購買 A 股票的權利，假設目前股價為 18，履約價格為 20，買權的權利金為 3。假設到期日當天 A 股票的價格為 22，以下何者正確：(1) 執行買權，淨利為 2。 (2) 執行買權，淨利為-1。 (3) 不執行買權，淨利為-3。(4) 不執行買權，淨利為 1。

13. (　1　)無股利發放的美式買權，為何不應該提前履約？以下原因**何者為非**：
(1) 買權具有很高的內含價值 (2) 買權具有保險功能 (3) 時間價值 (4) 標的物股價的不確定性。

14. (　4　)考慮一股票賣權,持有人有權利以每股 10 元出售 1000 股公司股票,若公司宣告 25% 的股票股利，下列何者敘述為真：(1) 股票股利不會影響選擇權合約條件 (2) 持有人有權利以每股 7.5 元出售 1250 股公司股票 (3) 持有人有權利以每股 12.5 元出售 8000 股公司股票 (4) 持有人有權利以每股 8 元出售 1250 股公司股票。

15. (　3　)某人出售中華電買權（標的證券為股票 2,000 股）空部位 10 張，若 Delta 為 0.6，若要規避 Delta 風險，則須買入多少張中華電股票？(1) 6 (2) 10 (3) 12 (4) 20。

16. (　3　)下列何者敘述為真：

I. 歐式買權在深價內時的 Delta 最大

II. 歐式買權在深價外時的 Delta 最大

III. 歐式賣權在深價內時的 Delta 最大

IV. 歐式賣權在深價外時的 Delta 最大

(1) I、III (2) II、IV (3) I、IV (4) II、III。

17. (　2　)若存在一個由選擇權組合而成的投資組合，請問買進標的物對投資組合的 Vega 係數影響為：(1) 變小 (2) 不變 (3) 變大 (4) 不一定。

18. (3)在風險中立的世界下，若存在一個無股利發放之現金或沒有的買權（cash-or-nothing call）契約，若三個月（T）後股價大於約定價格，則該買權持有人可有 A 的收益，假設無風險利率為 r，則此買權價值為何？

(1) $Ae^{-rT}N(d_1)$ (2) $Ae^{-rT}N(-d_1)$ (3) $Ae^{-rT}N(d_2)$ (4) $Ae^{-rT}N(-d_2)$。

19. (1)一般狀態下，下列**何者敘述為非**：(1) 複合選擇權（compound options）對於波動的敏感度較標準選擇權低 (2) 障礙選擇權（barrier options）較標準選擇權便宜 (3) 亞洲式買權（Asian options）價格較標準買權便宜 (4) 二項選擇權（binary options）的報酬屬於不連續型態。

20. (4)有一投資組合為 Delta 中立，其 Gamma 值為-200，假設存在某一買權的 Delta 值和 Gamma 值分別為 0.5 和 2,若希望投資組合可以同時維持 Delta 中立和 Gamma 中立，可選擇以下何者交易策略？(1) 買進 50 個選擇權、賣出 100 個標的資產 (2) 買進 100 個選擇權、賣出 200 個標的資產 (3) 買進 200 個選擇權、賣出 100 個標的資產 (4) 買進 100 個選擇權、賣出 50 個標的資產。

21. (3)若存在一個 Delta 中立的投資組合，若投資組合的 Gamma 值為-2，如果資產在短時間內發生+5 的變化,則投資組合的價值變化為:(1)上漲 25 (2)上漲 10 (3)下跌 25 (4)下跌 10。

22. (3)標的物、履約價格和到期期限都相同的一般買權和亞式買權兩者之關係為何？(1) 一般買權價格＝亞式買權價格 (2) 一般買權價格＜亞洲式買權價格 (3) 一般買權價格＞亞洲式買權價格 (4) 不一定。

23. (2)零息債券 X(t)滿足以下隨機微分方程 X(t)

$$\frac{\mathrm{d}X(t)}{X(t)} = \alpha(r,t,T)\mathrm{d}t - q(r,t,T)\mathrm{d}Z(t)$$

給定$\alpha(0.050,0,5) = 0.097409$，在短期利率 *r(t)*滿足如下之隨機微分方程

$$\mathrm{d}r(t) = 0.2\left(0.05 - r(t)\right)\mathrm{d}t + 0.06\,\mathrm{d}Z(t)$$

且其 risk-neutral 過程為

$$\mathrm{d}r(t) = \mu(r,t)\mathrm{d}t + \sigma(r)\mathrm{d}\tilde{Z}(t)$$

計算 $\mu(r,t)$

(1) 0.2(0.250- *r(t)*) (2) 0.2(0.125- *r(t)*) (3) 0.2(0.075- *r(t)*) (4) 0.2(0.025- *r(t)*)

24. (4)使用 control variate 的模擬法來計算術平均價格之亞式買權的價格。如果幾何平均價格之亞式買權的價格公式解為 2.35，幾何平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.65，算術平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.80，則算術平均價格之亞式買權的價格為 (1) 2.55 (2) 2.56 (3) 2.57 (4) 2.50

25. (　4　)自均勻分配 U(0,1)抽樣 12 個數，來模擬 1 個服從常態分配 $\mu = 0.1$，$\sigma = 0.2$ 的數值，這些均勻分配的抽樣值加總為 5。這個服從常態分配的值為何？

(1) 0.1 (2) 0.2 (3) -0.2 (4) -0.1

26. (　1　)在一年期的 Black-Derman-Toy 樹狀模型中：

(i) 3 年到期零息公債於 2 年後的 lognormal 殖利率波動度為 0.13

(ii) 2 年到期零息公債於 1 年後的 lognormal 殖利率波動度為 0.10

(iii) 在最低結點(node)，2 年後發行的 1 年到期零息公債，年殖利率為 0.03

(iv) 在最低結點(node)，1 年後發行的 1 年到期零息公債，年殖利率為 0.05

計算於 1 年後的 3 年到期零息公債的 lognormal 殖利率波動度

(1) 0.112 (2) 0.115 (3) 0.118 (4) 0.121

27. (　3　)在 Vasicek 模型下，給定以下條件：

(i) 短期利率滿足以下隨機微分方程式

$$dr = 0.3(0.06 - r)dt + 0.15dZ$$

(ii) 短期利率的 risk-neutral 過程為

$$dr = 0.3(0.16 - r)dt + cd\hat{Z}$$

(iii) 假設零息債券之價格為$P(r,t,T)$,其在 t 時間點賣出,T 時間點到期,短期利率 r。

(iv) 給定$P(r,t,T)$的$It\hat{o}$過程為

$$\frac{dP(r,t,T)}{P(r,t,T)} = \alpha(r,t,T)\mathrm{dt} - q(r,t,T)dZ$$

計算$\alpha(0.04,2,7)$。　　　(1) 0.085 (2) 0.20 (3) 0.118 (4) 0.12

28. (　3　)對於一無股利之股票，給定下述條件：

(i) 股票價格服從 Black-Scholes 之架構

(ii) 股票價格為 50

(iii) 股票的波動率為 0.32

連續型複利之無風險利率為 0.04。亞式算術平均價格買權在三個月後到期，選擇權的執行價格為 50，其給付金額是根據自購買日起三個月後之每月底股票價格之算術平均數。選擇權定價是使用 Monte Carlo 方法中之 control variate 模擬法。若以 control variate 所計算之亞式幾何平均價格選擇權為 3.43。在一模擬路徑下使用下列三個標準常態隨機數值-0.5, 0.6, -0.1。在該模擬路徑下，計算出算術平均選擇權的模擬價格。

(1) 3.41　(2) 3.42　(3) 3.43　(4) 3.44

29. (　1　)那一個利率模型的利率行為<u>不會</u>有回歸平均水準的趨勢

(1) Rendelman-Bartter (2) Vasicek (3) Cox-Ingersoll-Ross (4) 以上皆非

30. (　4　)下列何者 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 兩種利率模型主要的差異？

a. 利率有回歸平均水準的趨勢 b. 利率水準是否有負值的可能 c. 利率波動幅度是否受利率水準的影響 d. 利率回歸平均水準的速度

(1) a, b　(2) a,c　(3) c,d　(4) b,c