

## G1 基礎費率釐訂與準備金

1.(7分)

(1) (3分)

費率釐訂時，除了對賠款作趨勢化的調整外，保費亦需作趨勢化的調整，請問保費趨勢化的調整，其用意為何？並請舉兩個例子說明什麼狀況能夠導致平均保費水準的改變？

(2) (1分)

計算保費趨勢，除了一階段趨勢法(One-step trending approach)外，兩階段趨勢法(Two-step trending)在實務上亦常被使用，請問什麼狀況會用到兩階段趨勢法？

(3) (3分)

提供下列相關資訊，請使用兩階段趨勢法計算現行費率水準預期保費(Projected Premium at Current Rate Level)。

|                                            |             |
|--------------------------------------------|-------------|
| 曆年度2015年現行費率水準滿期保費                         | \$2,515,000 |
| 曆年度2015年滿期暴露數(Earned Exposures)            | 1,650       |
| 曆年度2015年第2季現行費率水準平均簽單保費                    | \$1,500     |
| 曆年度2015年第4季現行費率水準平均簽單保費                    | \$1,430     |
| 選擇預期保費趨勢(Selected Projected Premium Trend) | 2.50%       |
| 預期趨勢期間(Projected Trend Period)             | 1.625       |

### 【參考解答】

(1) 除了通貨膨脹壓力外，隨著時間的推移，由於已簽保單性質的改變，平均保費水準亦會跟著變化，這些變化可被視作分佈上的變化(distributional changes)，這些平均保費水準上所產生的變化可視為保費趨勢，於費率釐訂時必須將歷史經驗資料反應保費趨勢。

- 費率特性(rating characteristic)能導致平均保費水準的改變，如住宅火災保險保費依其保險金額為定價基礎，此變數會因通貨膨脹的關係，平均保費會跟著變化。
- 保險公司可能決定去調整被保險人自負額。調高自負額會減少承保金額，因此保費亦會跟著減少，假設政策為於整年度對各被保險人均調高自負額，則於整個轉換期間平均保費會減少。
- 一間公司可能購買另一間公司的保單。假如新風險與現有公司保單風險不同時，平均保費水準亦會改變。

(2) 當公司預期保費趨勢隨著時間的推移而有所變化時，舉例來說，當預測未來保費時，一些險種可能要求多個年度的歷史資料，假如過去歷史期間的

趨勢明顯的與未來預期有所不同，必須先調整歷史資料到現行水準，另外使用另一趨勢去預測未來。

(3)

|      |                         |               |           |
|------|-------------------------|---------------|-----------|
| (1)  | 曆年度2015年現行費率水準滿期保費      |               | 2,515,000 |
| (2)  | 曆年度2015年滿期暴露數           |               | 1,650     |
| (3)  | 曆年度2015年現行費率水準平均滿期保費    | = (1)/(2)     | 1,524     |
| (4)  | 曆年度2015年第4季現行費率水準平均簽單保費 |               | 1,430     |
| (5)  | 第一階段趨勢因子                | = (4)/(3)     | 0.9382    |
| (6)  | 選擇預期保費趨勢                |               | 2.50%     |
| (7)  | 預期趨勢期間                  |               | 1.625     |
| (8)  | 第二階段趨勢因子                | = (1+(6))^(7) | 1.0409    |
| (9)  | 兩階段趨勢因子                 | = (5)*(8)     | 0.9766    |
| (10) | 現行費率水準下之預期保費            | = (1)*(9)     | 2,456,101 |

2.(4分)

費率釐訂時，需對賠款資料作適當的調整，下表即為處理大損失(Large Losses)相關資訊，請將1佰萬以上損失當作是超額損失(Excess Losses)，計算超額損失因子(Excess Loss Factor)。

| 意外年  | 已報損失<br>(Reported Losses) | 超額件數<br>(Number of Excess Claims) | 總計超額損失<br>(Ground-Up Excess Losses) |
|------|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 2011 | 123,240,000               | 3                                 | 4,640,000                           |
| 2012 | 123,460,000               | 0                                 | -                                   |
| 2013 | 129,240,000               | 10                                | 17,030,000                          |
| 2014 | 123,300,000               | 0                                 | -                                   |
| 2015 | 123,400,000               | 3                                 | 4,351,000                           |

【參考解答】

|      | (1)                       | (2)                               | (3)                                 | (4)        | (5)         | (6)    |
|------|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|------------|-------------|--------|
| 意外年  | 已報損失<br>(Reported Losses) | 超額件數<br>(Number of Excess Claims) | 總計超額損失<br>(Ground-Up Excess Losses) | 超過100萬損失   | 非超額損失       | 超額比率   |
| 2011 | 123,240,000               | 3                                 | 4,640,000                           | 1,640,000  | 121,600,000 | 1.35%  |
| 2012 | 123,460,000               | 0                                 | -                                   | -          | 123,460,000 | 0.00%  |
| 2013 | 129,240,000               | 10                                | 17,030,000                          | 7,030,000  | 122,210,000 | 5.75%  |
| 2014 | 123,300,000               | 0                                 | -                                   | -          | 123,300,000 | 0.00%  |
| 2015 | 123,400,000               | 3                                 | 4,351,000                           | 1,351,000  | 122,049,000 | 1.11%  |
| 合計   |                           |                                   |                                     | 10,021,000 | 612,619,000 | 1.64%  |
|      |                           |                                   |                                     | (7)        | 超額損失因子      | 1.0164 |
|      | (4)=(3)-[1,000,000*(2)]   |                                   |                                     |            |             |        |
|      | (5)=(1)-(4)               |                                   |                                     |            |             |        |
|      | (6)=(4)/(5)               |                                   |                                     |            |             |        |
|      | (7)=1+[(6)合計]             |                                   |                                     |            |             |        |

3. (6 分)

您正在進行風險分類，已知下列資訊：

| 費率等級A (Rating Class A) |                |                            |              |                          |
|------------------------|----------------|----------------------------|--------------|--------------------------|
| 意外年                    | 滿期暴露數          | 已報賠款<br>(at Dec. 31, 2015) | 權重           | 累積發展因子                   |
| 2013                   | 1,350          | 250,000                    | 30%          | 1.100                    |
| 2014                   | 1,250          | 230,000                    | 30%          | 1.240                    |
| 2015                   | 1,400          | 195,000                    | 40%          | 1.423                    |
| 合計                     | 4,000          | 675,000                    |              |                          |
|                        |                |                            |              |                          |
| 費率等級<br>(Rating Class) | 2015年<br>簽單暴露數 | 最終件數                       | 趨勢化<br>最終純保費 | 市場分類係數<br>(Relativities) |
| A                      | 1,500          | 420                        | From (1)     | 1.12                     |
| B                      | 950            | 310                        | 250          | 0.90                     |
| C                      | 700            | 220                        | 280          | 1.30                     |

- 新費率將於 2016 年 4 月 1 日生效，且預期有效期為一年。
- 全部保單均為一年期保單。
- 年損失頻率趨勢值為 5%。
- 年損失幅度趨勢值為 4%。
- 因法令變更因素，於意外年 2016 年 1 月 1 日起發生之賠案，其損失頻率及幅度年趨勢值限制為 3%。
- 完全可信度標準以最終件數 720 件計算。
- 採平方根法(The Square Rule)計算部份可信度。
- 可信度補數採市場分類係數計算。

(1) (3 分)

請計算費率等級 A 之趨勢化最終純保費(trended ultimate pure premium)。

(2) (3 分)

請計算各費率等級之可信度加權純保費分類係數。(credibility-weighted pure premium rating class relativities)。

【參考解答】

(1)

|         |                        |                 |              |                |                |
|---------|------------------------|-----------------|--------------|----------------|----------------|
| 年幅度趨勢   | 4%                     | 限制年頻率趨勢         | 3%           |                |                |
| 年頻率趨勢   | 5%                     | 限制年頻率趨勢         | 3%           |                |                |
| 經驗期間趨勢= | $(1+0.04)*(1+0.05)-1=$ |                 | 9.20%        |                |                |
| 法令變更趨勢= | $(1+0.03)*(1+0.03)-1=$ |                 | 6.09%        |                |                |
| 可信度件數=  | 720                    |                 |              |                |                |
|         | (1)                    | (2)             | (3)          | (4)            | (5)            |
| 意外年     | 平均經驗期間                 | 法令變更生效日         | 平均<br>預期暴險期間 | 經驗趨勢期間<br>(月數) | 未來趨勢期間<br>(月數) |
| 2013    | 1/7/2013               | 1/1/2016        | 1/4/2017     | 30             | 15             |
| 2014    | 1/7/2014               | 1/1/2016        | 1/4/2017     | 18             | 15             |
| 2015    | 1/7/2015               | 1/1/2016        | 1/4/2017     | 6              | 15             |
| 合計      |                        |                 |              |                |                |
|         | (6)                    | (7)             | (8)          | (9)            | (10)           |
| 意外年     | 經驗期間<br>純保費趨勢          | 未來暴險期間<br>純保費趨勢 | 趨勢因子         | 趨勢化最終賠款        | 趨勢化<br>最終純保費   |
| 2013    | 1.246                  | 1.077           | 1.342        | 369,050        | 273.37         |
| 2014    | 1.141                  | 1.077           | 1.229        | 350,511        | 280.41         |
| 2015    | 1.045                  | 1.077           | 1.125        | 312,171        | 222.98         |
| 合計      |                        |                 |              |                | 255.33         |

(2)

|                        |                |              |                |        |      |
|------------------------|----------------|--------------|----------------|--------|------|
|                        | (11)           | (12)         | (13)           | (14)   | (15) |
| 費率等級<br>(Rating Class) | 2014年<br>簽單暴露數 | 趨勢化<br>最終純保費 | 純保費係數          | 最終件數   | 可信度  |
| A                      | 1,500.00       | 255.33       | 0.985          | 420.00 | 0.76 |
| B                      | 950.00         | 250.00       | 0.964          | 310.00 | 0.66 |
| C                      | 700.00         | 280.00       | 1.080          | 220.00 | 0.55 |
| 合計                     | 3,150.00       | 259.20       | 1.000          | 950.00 |      |
|                        | (16)           | (17)         | (18)           |        |      |
| 費率等級                   | 市場分類係數         | 平衡市場分類係數     | 可信度加權純<br>保費係數 |        |      |
| A                      | 1.120          | 1.024        | 0.994          |        |      |
| B                      | 0.900          | 0.823        | 0.916          |        |      |
| C                      | 1.300          | 1.189        | 1.129          |        |      |
| 合計                     | 1.094          | 1.000        |                |        |      |

4. (2 分)

請各使用兩個相關的精算考量因素(criteria for exposure base)，評估下列兩項適當的危險暴露單位基礎，並請提供您的建議。

(1) (1 分)

一般責任保險，承保對象為餐廳。

(2) (1 分)

醫院專業責任保險。

**【參考解答】**

(1) 建議使用年度營業收入，此值應與預期損失成正比，實務上容易取得，且容易與財報驗證。

(2) Sample 1：建議使用病人數，主要是與預期損失成正比，病人數愈多代表風險責任額愈大，且容易取得及驗證。

Sample 2：醫護人員數量，主要是與預期損失成正比，醫護人員愈多代表處理愈多病人，風險責任額亦愈大，且資料容易取得及驗證。

5.(6 分)

A 保險公司經營汽車保險業務並且只採用地區及駕駛人性別為風險分類。該公司預計進行費率調整並希望調整後達到下列目標:

- 整體費率調幅為 10%
- 風險分類係數調整為精算費率係數(Indicated Relativity)
- 每張保單最小保費為 600 元
- 基本風險分類檔次不變

下列為 A 保險公司車險業務相關資訊:

- 現行每一風險暴露單位基本費率為 1000 元

| 駕駛人性別 | 現行費率係數<br>(Current Relativity) | 精算費率係數<br>(Indicated Relativity) |
|-------|--------------------------------|----------------------------------|
| 男性    | 0.80                           | 0.60                             |
| 女性    | 1.00                           | 1.20                             |

| 地區 | 現行費率係數<br>(Current Relativity) | 精算費率係數<br>(Indicated Relativity) |
|----|--------------------------------|----------------------------------|
| 市區 | 0.75                           | 0.60                             |
| 郊區 | 1.00                           | 1.00                             |

| 有效暴露數分佈 |       |       |
|---------|-------|-------|
|         | 市區    | 郊區    |
| 男性      | 2,000 | 5,000 |
| 女性      | 2,000 | 2,500 |

請採用暴露數展延法(extension of exposures method)且在符合公司所有目標條件下，計算新的基本危險費率。

【參考解答】

|    |    | (1)   | (2)  | (3)  | (4)       | (5)                                 |
|----|----|-------|------|------|-----------|-------------------------------------|
| 性別 | 地區 | 有效暴露數 | 性別係數 | 地區係數 | 有效保費      | proposed premium prior to BR change |
| 男性 | 市區 | 2,000 | 0.50 | 0.60 | 1,200,000 | 600,000                             |
| 男性 | 郊區 | 5,000 | 0.50 | 1.00 | 4,000,000 | 2,500,000                           |
| 女性 | 市區 | 2,000 | 1.00 | 0.60 | 1,500,000 | 1,200,000                           |
| 女性 | 郊區 | 2,500 | 1.00 | 1.00 | 2,500,000 | 2,500,000                           |
| 合計 |    |       |      |      | 9,200,000 | 6,800,000                           |

$$\#0.5=0.6/1.2$$

$$\#(4)= \text{Base Rate (1)} * \text{性別現行費率係數} * \text{地區現行費率係數}$$

$$\#(5)=\text{Base Rate} * (1) * (2) * (3)$$

$$\% \text{ change before BR change} = 6800000/9200000 - 1 = -0.2609$$

$$\text{BR change to get +10\% overall} = 1.1 / (1 - 0.2609) - 1 = 0.4882$$

$$\text{Proposed BR} = 1000 * 1.4882 = 1488.2$$

But this causes premium for 男性 and 市區 =  $1488.2 * 0.5 * 0.6 = 446$  to be < 600 minimum premium.

$$\text{Proposed premium for 男性 and 市區} = 600 * 2000 = 1,200,000$$

$$\text{We need the rest of the proposed premium to equal } 9,200,000(1.10) - 1,200,000 = 8,920,000$$

to achieve a 10% change.

$$\text{So base rate change} = 8,920,000 / (4 \text{ M} + 1.5\text{M} + 2.5\text{M}) - 1 = 43.87\%$$

$$\text{Proposed base rate} = 1000 * 1.4387 = 1438.7$$



6.(6分)

A 保險公司進行住宅綜合保險評估，並取得下列資訊

- 住宅價值=\$800,000
- 要求共保比例(Coinsurance)=0.8
- 購買之保險金額=\$500,000
- 假設事故發生時，有20%機率會發生全損
- 非全損時，損失服從uniformly分佈
- 發生損失的機率=0.05

(1) (3分)

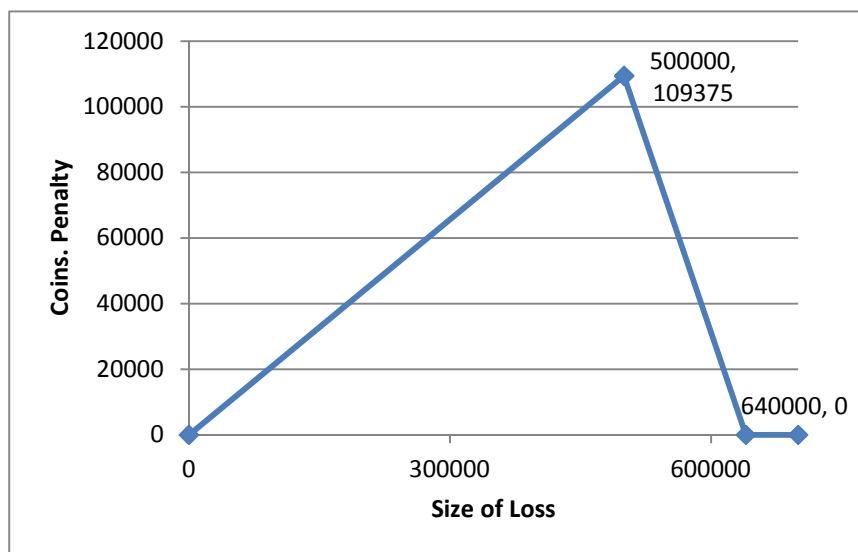
請畫出 coinsurance penalty as a function of loss amount，並標示出關鍵端點 (critical points)的數值。

(2) (3分)

假設無 coinsurance penalty，計算每千元保額之費率。

【參考解答】

(1)



$$\text{Required AOI} = (800k)(.8) = 640k$$

$$\text{Actual AOI} = 500k$$

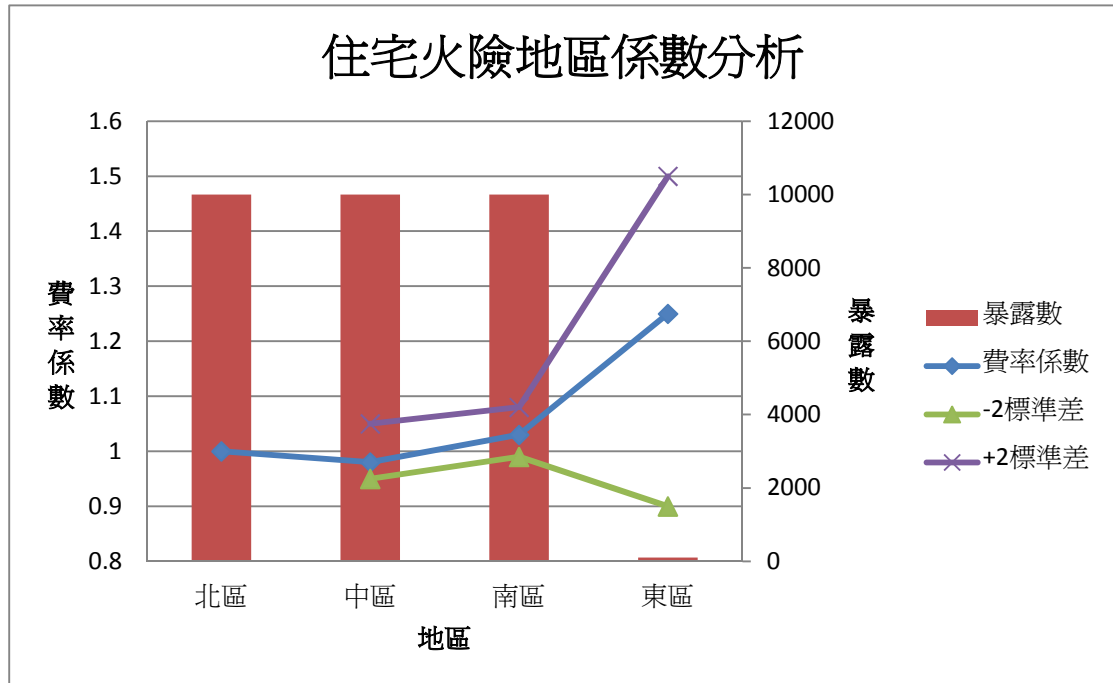
$$\text{Max} = 500k (1 - 500/640) = 109,375$$

(2) Expect loss=0.05\*(0.2\*500000+0.8\*(500/800\*250000+300/800\*500000))=18750

$$\text{Rate per } \$1000 = 18750/500 = 37.5$$

7. (3 分)

A 保險公司進行住宅綜合保險風險因子檢討，該公司考慮增加地區別作為費率風險分類因子，請依據下列 GLM 估計之資訊，請評估並建議是否增加地區別作為風險因子。



**【參考解答】**

地區別不是好的風險分類因子，因為：

1. 北、中、南區費率係數都非常接近。
2. 東區係數雖然有顯著差異，但其資料量過少，變異性(標準差)太大，可信度甚低。

因此建議不採用此分類因子。

8. (5 分)

A 保險公司進行費率檢視，相關資料如下：

- 預期損失率=60%
- 固定費用率=10%
- 變動費用率=15%
- 核保盈餘=5%
- 可信度因子=0.8
- 前次費率調整於 2015 年 1 月 1 日生效，且實際費率調幅等同 indicated 費率調幅
- 本次費率預計生效日為 2016 年 7 月 1 日
- 年度損失率趨勢=3%

請計算可信度加權後費率調整幅度。

**【參考解答】**

Complement of credibility:

Trended present rate=(indicated/approved) (loss trend)<sup>t</sup> -1

t = from 1/1/15 last date to 7/1/16 next date

(1)  $(1.03)^{1.5} - 1 = 4.53\%$

Ind Rate Change -> LR Method =  $(.6 + .10 / 1 - .15 - .05) - 1 = -12.5\%$

$(.8) (-12.5\%) + (1-.8)(4.53\%) = -9.09\%$

9. (6 分)

給定下列資訊：

| 損失金額範圍               | 限額 300K 的保單 |        | 限額 500K 的保單 |        | 限額 700K 的保單 |        |
|----------------------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|
|                      | 理賠件數        | 損失金額   | 理賠件數        | 損失金額   | 理賠件數        | 損失金額   |
| $X \leq 300K$        | 200         | 45000k | 50          | 9000k  | 50          | 9000k  |
| $300K < X \leq 500K$ |             |        | 60          | 24000k | 30          | 10500k |
| $500K < X \leq 700K$ |             |        |             |        | 10          | 6000k  |

| 限額   | Indicated factors<br>(純保費 GLM( generalized linear model) 分析) |
|------|--------------------------------------------------------------|
| 300k | 1.00                                                         |
| 500K | .98                                                          |
| 700K | 1.25                                                         |

(1) (4 分)

假設基本保額為 300K，請計算限額 500K 之高保額係數。

(2) (2 分)

請說明為何在(1)中所計算出之高保額係數與 generalized linear model 產生之係數存在差異。

參考解答：

a. 計算高保額係數，假設基本限額為 300K

$$LAS(300k) = (45000k + 9000k + 9000k + (60+30+10) \times$$

$$300k) / (200+50+50+60+30+10) = 93,000k / 400 = 232,500$$

$$LAS(300k - 500k) = (24000k - 60 \times 300k + 10500k - 30 \times 300k + (500k - 300k) \times$$

$$10) / (60+30+10) = 9500k / 100 = 95,000$$

$$LAS(500k) = 232,500 \times (100+60+30+10) + 95,000 \times (60+30+10) / (100+60+30+10) =$$

$$5,600k / 200 = 280,000$$

$$ILF(500k) = 280,000 / 232,500 = 1.2043$$

(2)

模型並未假設所有之風險的損失頻率都是相同，但將損失金額的限制與被保險人行為差異兩者這列入考量，這樣的考量有時將造成較高保額的高保額係數竟小於直覺上數值應較低的低保額係數。

10. (4 分)

(1) (2 分)

請列出四個在分類費率(classification)制定費率手冊 (rating plan) 中的 social criteria。

(2) (2 分)

假設你正在替公司的住宅綜合保險進行費率檢測，過程中你分析出某項家庭第三人責任險預期損失成本與家中居住小孩之人數多寡具有強烈的相關性，所以你準備將這發現提案給險部，預計進行費率結構公式的改變，新增一項小孩加費調整係數，而此提案將對住家中每多一個小孩的數目進行加費。請簡易說明你這樣的加費提案是否滿足或者不滿足任兩個你在(1)中所列出之四個 social criteria。

參考解答：

(1) 隱私性 (privacy), 可負擔性(affordability), 因果性(causality), 可控制性 (controllability)

(2)

1. 隱私性 (privacy) 有些消費者通常會傾向寧願繳付較多的保險費也不願多提供較多之資訊，有些消費者將傾向去不需提供此類資訊之保險公司購買此類保險，因此這樣的費率因子並不滿足 social criteria,

2. 可負擔性(affordability) 撫養越多小孩的家庭也有可能經濟壓力較大，將無法負責保費的增加，因此這樣的費率因子可能無法滿足 social criteria

3. 因果性(causality) 因果性主要在說明費率因子與損失成本直覺上兩者的關係，或許家可能因為小孩的疏忽不小心，可能造成第三人責任險上的損失，所以直覺上這個提案在這個 criteria 上是滿足的，但仍應有進一步的研究來證明兩者之間係存在因果關係而不是統計上的高度相關性。

4. 可控制性( controllability) 如果被保險人可以在費率因子上做些許控制或許被保險人可以藉此提高損害防阻能力，所以這個提案並不滿足這個 criteria 因為實際上被保險人在現狀上並無法控制這個曝險單位來下降損害程度

11. (4 分)

某一公司賠款報案如下:(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)

| 事故年  | 已報賠款損失三角形 |         |         |         |
|------|-----------|---------|---------|---------|
|      | 12 mos.   | 24 mos. | 36 mos. | 48 mos. |
| 2011 | 700       | 720     | 750     | 800     |
| 2012 | 850       | 900     | 970     |         |
| 2013 | 820       | 1,000   |         |         |
| 2014 | 930       |         |         |         |

已發生賠款 48 個月後之長尾發展因子 1.0

| 曆年制   | On-level滿期保費 |
|-------|--------------|
| 2,011 | 1,300        |
| 2,012 | 1,325        |
| 2,013 | 1,350        |
| 2,014 | 1,375        |

- 假設損失趨勢每年為 4%。

(1) (1 分)

以簡單平均法計算各年度累積發展因子。

(2) (1 分)

承第 1 題，以發展法(Development Technique)計算事故年 2014 年最終賠款及 IBNR。

(3) (1 分)

以精算人員角度判斷，計算 2014 年採用之預期損失率應為何，並請說明你的理由。

(4) (1 分)

承第 3 題，以預期賠款法(Expected Claims Technique)計算事故年 2014 年最終賠款及 IBNR。

參考解答：

1. LDF 及 CDF

| 事故年  | 已報賠款LDF |       |       |
|------|---------|-------|-------|
|      | 12-24   | 24-36 | 36-48 |
| 2011 | 1.029   | 1.042 | 1.067 |
| 2012 | 1.059   | 1.078 |       |
| 2013 | 1.220   |       |       |
| LDF  | 1.103   | 1.060 | 1.067 |
| CDF  | 1.247   | 1.131 | 1.067 |

2. 最終賠款=930\*1.247=1159.71

IBNR=1159.71-930=229.71

3. 計算損失率

| 曆年制   | On-level滿期保費 | 已發生賠款 | CDF   | 趨勢時間 | 趨勢     | 最終賠款     | 損失率    |
|-------|--------------|-------|-------|------|--------|----------|--------|
| 2,011 | 1,300        | 800   | 1.000 | 3    | 1.1249 | 899.89   | 69.22% |
| 2,012 | 1,325        | 970   | 1.067 | 2    | 1.0816 | 1,119.45 | 84.49% |
| 2,013 | 1,350        | 1,000 | 1.131 | 1    | 1.0400 | 1,176.24 | 87.13% |

因 2011 年損失率與其他年度差異較大，故剔除後計算損失率

損失率=(84.49%+87.13%)/2=85.81%

4. 最終賠款=1375\*85.81%=1179.888

IBNR=1179.888-930=249.888

12. (6 分)

假設您是精算人員，發現資料需分為上下半年度分開計算。資料基準日為 2014/12/31，假設賠款至 30 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

| 事故半年   | 累積已結案理賠件數 |         |         |         |         |
|--------|-----------|---------|---------|---------|---------|
|        | 6 mos.    | 12 mos. | 18 mos. | 24 mos. | 30 mos. |
| 2012-1 | 4,800     | 7,400   | 7,500   | 7,647   | 7,647   |
| 2012-2 | 5,500     | 6,800   | 7,487   | 7,569   | 7,569   |
| 2013-1 | 6,600     | 10,000  | 10,618  | 10,724  |         |
| 2013-2 | 7,000     | 9,500   | 10,959  |         |         |
| 2014-1 | 8,900     | 14,000  |         |         |         |
| 2014-2 | 11,000    |         |         |         |         |

(1) (2 分)

損失發展因子依簡單平均法 (Simple average) 計算，請計算意外年 2014 年最終理賠件數。

(2) (2 分)

依上題，說明資料區分半年之可能原因。

(3) (2 分)

請列舉說明採用意外半年取代意外整年資料之二個優點。

參考解答:

(1) 已結案理賠件數 LDF

| 事故半年      | 已結案理賠件數LDF |       |       |       |       |
|-----------|------------|-------|-------|-------|-------|
|           | 6-12       | 12-18 | 18-24 | 24-30 | 30-36 |
| 2012-1    | 1.542      | 1.014 | 1.020 | 1.000 | 1.000 |
| 2012-2    | 1.236      | 1.101 | 1.011 | 1.000 |       |
| 2013-1    | 1.515      | 1.062 | 1.010 |       |       |
| 2013-2    | 1.357      | 1.154 |       |       |       |
| 2014-1    | 1.573      |       |       |       |       |
| 簡單平均(上半年) | 1.543      | 1.038 | 1.015 | 1.000 |       |
| 簡單平均(下半年) | 1.297      | 1.128 | 1.011 | 1.000 |       |

意外年 2012 年最終理賠件數

$$=14000*(1.543*1.038*1.015)+11000*(1.297*1.128*1.011)=39029$$

(2)以發展 6-12 月資料來看，LDF 明顯有差異，代表可能有季節性變化。

(3) 二個優點



- A. 部分業務資料有季節性的波動，採用意外半年取代意外整年資料可區分不同波動區間，充分反映季節性變動。
- B. 縮短區間資料時段，可較正確估算增加或減少的曝險狀況

13. (2 分)

請舉 2 例說明使用 B-F 法 (Bornhutter-Ferguson) 計算 IBNR 之時機。

參考解答:

1. 具長尾性質保險之未成熟發展時，可使用 B-F 法
2. 資料極端不足或扭曲

14. (6 分)

給定以下資訊：

已報賠案件數(排除結案未賠)/月

| AY   | 12  | 24  | 36  |
|------|-----|-----|-----|
| 2013 | 290 | 275 | 270 |
| 2014 | 300 | 290 |     |
| 2015 | 250 |     |     |

已報賠款千元/月

| AY   | 12     | 24     | 36     |
|------|--------|--------|--------|
| 2013 | 11,050 | 12,300 | 12,375 |
| 2014 | 11,740 | 13,000 |        |
| 2015 | 13,970 |        |        |

賠款最終發展至 36 個月，請用損失頻率損失幅度方法(Frequency-Severity Technique)估計各年度未報賠款準備金(IBNR)。

參考解答：

| 事故年  | 累計已報賠款損失幅度元/月 |        |        |
|------|---------------|--------|--------|
| AY   | 12            | 24     | 36     |
| 2013 | 38,103        | 44,727 | 45,833 |
| 2014 | 39,133        | 44,828 |        |
| 2015 | 55,880        |        |        |

| Age to Age | 發展因子選定 |       |       |
|------------|--------|-------|-------|
| 2013       | 1.174  | 1.025 |       |
| 2014       | 1.146  |       |       |
| Select LDF | 1.160  | 1.025 | 1.000 |
| CDF        | 1.188  | 1.025 | 1.000 |

| 事故年  | 已報賠案件數(排除結案未賠)/月 |     |     |
|------|------------------|-----|-----|
| AY   | 12               | 24  | 36  |
| 2013 | 290              | 275 | 270 |
| 2014 | 300              | 290 |     |
| 2015 | 250              |     |     |

| Age to Age | 發展因子選定 |       |       |
|------------|--------|-------|-------|
| 2013       | 0.948  | 0.982 |       |
| 2014       | 0.967  |       |       |
| Select LDF | 0.957  | 0.982 | 1.000 |
| CDF        | 0.940  | 0.982 | 1.000 |

| 事故年  | 賠案件數 | 已報賠款幅度 | 最終賠案件數 | 最終已發生損失幅度 | 最終損失        | 已報損失       | 未報賠款      |
|------|------|--------|--------|-----------|-------------|------------|-----------|
| AY   | (1)  | (2)    | (3)    | (4)       | (5)=(3)*(4) | (6)        | (7)       |
| 2013 | 270  | 45,833 | 270    | 45,833    | 12,375,000  | 12,375,000 | -         |
| 2014 | 290  | 44,828 | 285    | 45,936    | 13,079,268  | 13,000,000 | 79,268    |
| 2015 | 250  | 55,880 | 235    | 66,405    | 15,606,229  | 13,970,000 | 1,636,229 |
|      |      |        |        |           |             | Total      | 1,715,497 |

15. (5 分)

給定以下資訊

| AY   | 滿期保費   | 期望損失率 | 已報賠款  | 最終發展因子 |
|------|--------|-------|-------|--------|
| 2013 | 20,000 | 50%   | 7,000 | 1.500  |
| 2014 | 19,000 | 50%   | 5,800 | 1.700  |
| 2015 | 21,000 | 50%   | 3,200 | 3.000  |

(1) (3 分)

以 Benktander 法估計各事故年度在 2015/12/31 之未報賠款(IBNR)。

(2) (2 分)

以 Benktander 法 iteration 1000 次，估計事故年度 2015 年在 2015/12/31 之未報賠款(IBNR)。

參考解答：

(1)

| 事故年  | 滿期保費   | 期望損失率 | 已發生賠款 | 最終發展因子 | 最終賠款(BF) | 未報賠款(BK) |
|------|--------|-------|-------|--------|----------|----------|
|      | (1)    | (2)   | (3)   | (4)    | (5)      | (6)      |
| 2013 | 20,000 | 50%   | 7,000 | 1.500  | 10,333   | 3,444    |
| 2014 | 19,000 | 50%   | 5,800 | 1.700  | 9,712    | 3,999    |
| 2015 | 21,000 | 50%   | 3,200 | 3.000  | 10,200   | 6,800    |

$$(5)=(1)*(2)*(1-1/(4))+3)$$

$$(6)=(5)*(1-1/(4))$$

(2)

以 Benktander technique with iteration 1000 次會趨近於 Development technique 之估計值 6400

16.(6 分)

給定以下資訊：

累積賠案件數(月)

| AY   | 12  | 24  | 36  |
|------|-----|-----|-----|
| 2013 | 680 | 780 | 800 |
| 2014 | 723 | 833 |     |
| 2015 | 788 |     |     |

累積已付賠款(月/千元)

| AY   | 12    | 24    | 36    |
|------|-------|-------|-------|
| 2013 | 2,250 | 2,600 | 2,700 |
| 2014 | 2,600 | 3,000 |       |
| 2015 | 2,000 |       |       |

| AY   | 最終賠案件數 |
|------|--------|
| 2013 | 800    |
| 2014 | 850    |
| 2015 | 875    |

已知：

- 2015 會計年度之理賠處理態度為最新的理賠處理原則。
- 賠款最終發展至 36 個月。
- 每年的損失幅度趨勢為 4%

1. (4 分)

請使用 Disposal rate frequency-severity 方法，估計各年度之最終賠款。

2. (2 分)

假設在 2014 年有一次影響損失幅度上升之改變，但此改變不會造成損失頻率及 Disposal rate 之改變。請說明兩種計算賠款準備金之方法來處理此情境。

參考解答：

(1)

|               |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|
| Disposal Rate | 12    | 24    | 36    |
| 2013          | 0.850 | 0.975 | 1.000 |

|               |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|
| 2014          | 0.850 | 0.980 |       |
| 2015          | 0.900 |       |       |
| Select CY2015 | 0.900 | 0.980 | 1.000 |

|               |       |       |       |
|---------------|-------|-------|-------|
| Severity      | 12    | 24    | 36    |
| 2013          | 3,309 | 3,500 | 5,000 |
| 2014          | 3,599 | 3,620 |       |
| 2015          | 2,540 |       |       |
| Select CY2015 | 2,540 | 3,620 | 5,000 |

|      |           |
|------|-----------|
| AY   | 最終賠款      |
| 2013 | 2,700,000 |
| 2014 | 3,000,018 |
| 2015 | 2,358,169 |

(2)

方法一：調整 2014 年在 24 個月的期望損失幅度，以反應此改變。

方法二：將 2014 年資料排除在此分析中。

17.(7 分)

請利用下列資訊回答問題：

| <u>事故年</u> | 累計已付賠款    |           |           |
|------------|-----------|-----------|-----------|
|            | 月份數       |           |           |
|            | <u>12</u> | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 30,000    | 98,400    | 179,550   |
| 2014       | 39,375    | 108,360   |           |
| 2015       | 38,019    |           |           |

| <u>事故年</u> | 累計結案件數    |           |           |
|------------|-----------|-----------|-----------|
|            | 月份數       |           |           |
|            | <u>12</u> | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 30        | 62        | 86        |
| 2014       | 38        | 65        |           |
| 2015       | 35        |           |           |

| <u>事故年</u> | 累計已報賠款    |           |           |
|------------|-----------|-----------|-----------|
|            | 月份數       |           |           |
|            | <u>12</u> | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 54,000    | 122,400   | 186,750   |
| 2014       | 69,615    | 127,260   |           |
| 2015       | 71,283    |           |           |

| <u>事故年</u> | 未決件數      |           |           |
|------------|-----------|-----------|-----------|
|            | 月份數       |           |           |
|            | <u>12</u> | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 15        | 12        | 3         |
| 2014       | 18        | 9         |           |
| 2015       | 17        |           |           |

假設選定已報賠款 36 個月之後的尾端發展因子為 1.05，請回答下列問題：

(1). (2 分)

請利用 Berquist-Sherman 方法，證明準備金適足率的相對水平在事故年度 2015 時已經改變。



(2). (3 分)

請利用 Berquist-Sherman 方法，調整各事故年度的個案賠款準備金至適足水準，並計算出 2015 事故年度的最終賠款。

(3). (2 分)

(承上題)倘若精算人員並未對於個案賠款準備金作調整，請問對於預估 2015 事故年度的最終損失有何影響？

參考解答：

(1)

| 事故年  | 平均結案金額 |       |       | 事故年   | 平均結案金額的變化 |    |
|------|--------|-------|-------|-------|-----------|----|
|      | 月份數    |       |       |       | 12        | 24 |
|      | 12     | 24    | 36    | 13-14 | 4%        | 5% |
| 2013 | 1,000  | 1,587 | 2,088 | 14-15 | 5%        |    |
| 2014 | 1,036  | 1,667 |       |       |           |    |
| 2015 | 1,086  |       |       |       |           |    |

| 事故年  | 平均未決金額 |       |       | 事故年   | 平均未決金額的變化  |    |
|------|--------|-------|-------|-------|------------|----|
|      | 月份數    |       |       |       | 12         | 24 |
|      | 12     | 24    | 36    | 13-14 | 5%         | 5% |
| 2013 | 1,600  | 2,000 | 2,400 | 14-15 | <b>16%</b> |    |
| 2014 | 1,680  | 2,100 |       |       |            |    |
| 2015 | 1,957  |       |       |       |            |    |

**事實及情況顯示平均未決金額變化有明顯增加的趨勢(由 5%變成 16%)**

(2)

| 事故年  | 趨勢選定 5%         |       |       |
|------|-----------------|-------|-------|
|      | 利用最後一條對角線調整平均未決 |       |       |
|      | 12              | 24    | 36    |
| 2013 | 1,775           | 2,000 | 2,400 |
| 2014 | 1,864           | 2,100 |       |
| 2015 | 1,957           |       |       |

| 事故年  | 調整後個案賠款準備金 |        |       |
|------|------------|--------|-------|
|      | 12         | 24     | 36    |
| 2013 | 26,625     | 24,000 | 7,200 |

|      |        |        |
|------|--------|--------|
| 2014 | 33,552 | 18,900 |
| 2015 | 33,264 |        |

| <u>事故年</u> | <u>調整後已報賠款</u> |           |           |
|------------|----------------|-----------|-----------|
|            | <u>12</u>      | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 56,625         | 122,400   | 186,750   |
| 2014       | 72,927         | 127,260   |           |
| 2015       | 71,283         |           |           |
| LDF        | 12-24          | 24-36     | 36-最終     |
|            | 2.162          | 1.526     | 1.050     |
|            | 1.745          |           |           |
| 選定 LDF     | 1.954          | 1.526     | 1.050     |
| CDF        | 3.131          | 1.602     | 1.050     |

因此 2015 事故年度之預期最終賠款為 223,187 (=71,283 x 3.131)

(3)

若個案賠款準備金未做調整，將會高估未來的損失發展，導致高估 2015 年度的最終賠款

18. (5 分)

你擁有以下資訊：

| <u>事故年</u> | 直接及分進已付賠款(含 S&S)(\$000) |           |           |
|------------|-------------------------|-----------|-----------|
|            | <u>月份數</u>              |           |           |
|            | <u>12</u>               | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 240                     | 264       | 276       |
| 2014       | 180                     | 198       |           |
| 2015       | 200                     |           |           |

| <u>事故年</u> | 已收到 S&S(\$000) |           |           |
|------------|----------------|-----------|-----------|
|            | <u>月份數</u>     |           |           |
|            | <u>12</u>      | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 32             | 34        | 34        |
| 2014       | 28             | 30        |           |
| 2015       | 30             |           |           |

- 已付賠款發展至 36 個月後即無新的發展
- 已收到之 S&S 發展至 24 個月後即無新的發展

請以比率逼近法(Ratio approach)計算出所有事故年度不含 S&S 的最終賠款(LDF 請取到小數點以下第三位)。

參考解答：

| <u>事故年</u> | <u>S&amp;S 佔已付賠款比率</u> |           |           |
|------------|------------------------|-----------|-----------|
|            | <u>月份數</u>             |           |           |
|            | <u>12</u>              | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 13.3%                  | 12.9%     | 12.3%     |
| 2014       | 15.6%                  | 15.2%     |           |
| 2015       | 15.0%                  |           |           |
| LDF        | 0.970                  | 0.953     | 1.000     |
|            | 0.974                  |           |           |
| 選定(平均)     | 0.972                  | 0.953     | 1.000     |
| CDF        | 0.926                  | 0.953     | 1.000     |

| <u>事故年</u> | <u>已付賠款三角形(\$000)</u> |           |           |
|------------|-----------------------|-----------|-----------|
|            | <u>月份數</u>            |           |           |
|            | <u>12</u>             | <u>24</u> | <u>36</u> |
| 2013       | 240                   | 264       | 276       |
| 2014       | 180                   | 198       |           |
| 2015       | 200                   |           |           |
| LDF        | 1.100                 | 1.045     | 1.000     |
|            | 1.100                 |           |           |
| 選定(平均)     | 1.100                 | 1.045     | 1.000     |
| CDF        | 1.150                 | 1.045     | 1.000     |

| <u>事故年</u> | <u>最終賠款</u> | <u>S&amp;S 最終佔比</u> | <u>最終 S&amp;S</u> | <u>最終賠款(不含</u>  |
|------------|-------------|---------------------|-------------------|-----------------|
|            |             |                     |                   | <u>S&amp;S)</u> |
|            | (1)         | (2)                 | (3)=(1)*(2)       | (4)=(1)-(3)     |
| 2013       | 276,000     | 12.3%               | 33,948            |                 |
| 2014       | 206,910     | 14.5%               | 30,002            |                 |
| 2015       | 229,900     | 13.9%               | 31,956            |                 |
| 合計         | 712,810     |                     | 95,906            | <u>616,904</u>  |

NOTE:

S&S 最終佔比 = S&S 佔已付比率 \* CDF

2014 年: 14.5% = 15.2% \* 0.953

2015 年: 13.9% = 15% \* 0.926

19. (5 分)

你在 2014/12/31 時擁有下列資訊:

| <u>事故年</u> | <u>僅已報賠款</u> | <u>已報可分配理賠費用</u> |
|------------|--------------|------------------|
| 2013       | \$327,800    | \$2,506          |
| 2014       | \$358,400    | \$2,980          |
| 2015       | \$352,600    | \$3,134          |

累積發展因子

| <u>期間</u> | <u>僅已報賠款</u> | <u>已報可分配理賠費用</u> | <u>已報可分配理賠費用佔已報賠款比率</u> |
|-----------|--------------|------------------|-------------------------|
| 36        | 1.050        | 1.053            | 1.103                   |
| 24        | 1.048        | 1.158            | 1.217                   |
| 12        | 1.158        | 1.542            | 1.465                   |

請回答下列問題，各項係數請計算至小數點第 5 位(四捨五入)：

(1). (3 分)

請以損失發展法應用於已報 ALAE 佔已報賠款比例，計算出各事故年度在 2015/12/31 時之預期未報 ALAE。

(2). (2 分)

請簡單描述採用題(1)方法預估的優點及缺點(各舉 1 項)。

參考解答：

| <u>事故年</u> | <u>僅已報賠款</u><br>(1) | <u>已報可分配理賠費用</u><br>(2) | <u>已報可分配理賠費用佔已報賠款比率</u><br>(3)=(2)/(1) | <u>比率累積發展因子</u><br>(4) |
|------------|---------------------|-------------------------|----------------------------------------|------------------------|
| 2013       | \$327,800           | \$2,506                 | 0.00764                                | 1.103                  |
| 2014       | \$358,400           | \$2,980                 | 0.00831                                | 1.217                  |
| 2015       | \$352,600           | \$3,134                 | 0.00889                                | 1.465                  |

| <u>事故年</u> | <u>最終比率</u><br><u>(5)=(3)*(4)</u> | <u>賠款累積</u><br><u>發展因子</u><br><u>(6)</u> | <u>最終賠款</u><br><u>(7)=(1)*(6)</u> | <u>最終可分</u><br><u>配理賠費</u><br><u>用</u><br><u>(8)=(5)*(7)</u> | <u>未報可分配理賠費用</u><br><u>(9)=(8)-(2)</u> |
|------------|-----------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| 2013       | 0.00843                           | 1.050                                    | \$344,190                         | \$2,902                                                      | \$396                                  |
| 2014       | 0.01011                           | 1.048                                    | \$375,603                         | \$3,797                                                      | \$817                                  |
| 2015       | 0.01302                           | 1.158                                    | \$408,311                         | \$5,316                                                      | \$2,182                                |
|            |                                   |                                          |                                   | 合計                                                           | <b><u>\$3,395</u></b>                  |

(2)

優點：

1. 確認 ALAE 與賠案之間的關聯
2. 比率發展因子往往不會高槓桿
3. 在估計時可以很容易插入精算判斷

缺點：

1. 若最終賠款估計錯誤也會影響到最終 ALAE 的估計數
2. 在部分險別中，會出現 ALAE 金額很大，但最終賠款是零的情況。(尤其是大型賠案)

20.(5 分)

在 2014 年底時你擁有以下資訊：

| 曆年度  | 已付 ULAE | 預期最終已報賠款 | 已付賠款   |
|------|---------|----------|--------|
| 2011 | 2,800   | 63,000   | 6,300  |
| 2012 | 3,850   | 64,500   | 37,950 |
| 2013 | 6,300   | 105,000  | 67,950 |
| 2014 | 7,700   | 120,000  | 90,300 |

假設：

40% 的 ULAE 是花費在維持賠案管理上

60% 的 ULAE 是花費在開案時

2011 至 2014 年的預期最終賠款為 387,750

選定個案賠款準備金在各期間的損失幅度趨勢值為 15%，

48 個月到最終的損失發展因子為 1.05。

(1) (3 分)

請利用 Conger and Nolibos 的預期賠款法(Expected Claim method)估算未付 ULAE。

(2) (2 分)

請利用 Conger and Nolibos 的 Bornhutter-Ferguson 趨近法估算未付 ULAE，計算 ULAE 比率時，請取到小數點後第 4 位(即 0.00%)。

參考解答：

(1)

| 曆年度  | 已付 ULAE<br>(1) | 預期最終<br>已報賠款<br>(2) | 預期最終<br>已付賠款<br>(3) | 賠案基礎(Claims<br>Basis)<br>(4)=(2)*60%+(3)*40% | ULAE 比<br>率<br>(6)=(1)/(4) |
|------|----------------|---------------------|---------------------|----------------------------------------------|----------------------------|
| 2011 | 2,800          | 63,000              | 6,300               | 40,320                                       | 6.94%                      |
| 2012 | 3,850          | 64,500              | 37,950              | 53,880                                       | 7.15%                      |
| 2013 | 6,300          | 105,000             | 67,950              | 90,180                                       | 6.99%                      |
| 2014 | 7,700          | 120,000             | 90,300              | 108,120                                      | 7.12%                      |
| 合計   | 20,650         | 352,500             | 202,500             | 292,500                                      | 7.06%                      |

$$\begin{aligned} & \text{預期最終 ULAE} = 2011 \text{ 至 } 2014 \text{ 年的預期最終賠款} \\ & \text{*ULAE 比率} \\ & = 387,750 \times 7.06\% \\ & = 24,886 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{未付 ULAE} = \text{預期最終 ULAE} - \text{累計已付} \\ & \text{ULAE} \\ & = 24,886 - 20,650 \\ & = \underline{\underline{4,236}} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} & \text{改用 Bornhutter-Ferguson 法:} \\ & \text{未付 ULAE} = \text{ULAE 比率} \times (\text{2011 至 2014 年的預期最終賠款} - \text{賠案基礎}) \\ & = 7.06\% \times (387,750 - 292,500) \\ & = \underline{\underline{6,724}} \end{aligned}$$