C3 財務工程

選擇題 30 題：(第 1 題至第 20 題每題 3 分，之後每題 4 分)

1.(1) 有一個以日圓計價的外匯歐式買權（日圓/美金），關於此契約的內容如下：

(i) 此匯率(日圓/美金)的對數值服從一算術布朗運動，其波動度為$\sigma = 0.3$。

(ii) 以連續複利計算的日圓之無風險利率為2%。

(iii) 以連續複利計算的美金之無風險利率為8%。

(iv) 即期匯率價為100¥/$。

(v) 契約的履約價為105¥/$。到期時間一年。

請計算此買權以日圓計價之價格。

(1) 7.08 (2) 10.50 (3) 11.29 (4) 5.68

2. (4) 有一伊藤過程如下：

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = 0.1dt + 0.2dZ(t).$$

假設 $Y(t) = 0.1X(t)^2 + 0.9X(t) + 0.1t + 10$, 則此Y(t)所服從的隨機偏微分方程式如下：$\frac{dY(t)}{Y(t)} = \alpha(t, Y(t))dt + \sigma(t, Y(t))dZ(t).$

已知 X(5) = 40，請利用伊藤引理計算 $\alpha(t, Y(t))$ 並代入 t = 5 求其數值。

(1) 39.14 (2) 40.50 (3) 41.25 (4) 42.10

3. (4) 有六歐式選擇權有著相同的履約價 45，利用下列資訊：

距離到期時間	買權	賣權
半年	X	1.1246
一年	9.9724	1.7825
兩年	13.4952	2.3948

假設現在的股價的現貨價格為 50，此股票股利為連續發放，請求出 X。

(1) 0.87 (2)2.76 (3) 5.20 (4) 8.26

4. (3) 給定以下資訊

(i) 股票的現貨價格為75。

(ii) 以連續複利計的無風險利率為6%。

(iii) 連續股利率為1.5%。

(iv) $N(d_1) = 0.4633$ ，$N(d_2) = 0.3805$

請利用布萊克-休斯(Black-Scholes)模型計算半年期的歐式賣權價格。

(1) 4.98 (2) 6.97 (3) 8.09 (4) 11.07

5. (4) 假設有三個可交易資產，分別稱為S_1, S_2, S_3，其現貨價格分別是 3,6,4。假設未來某一時刻 T 只可能存在三種狀態(state of nature)，並在 T 時刻時的價格滿足下表：

狀態	1	2	3
S_1	4	2	3
S_2	10	7	4
S_3	6	5	3

請問利用此三種資產所建構的一單位無風險投資組合(即其在 T 時刻時必定價格為 1)，其建構成本應為多少?

(1) 0.9

(2) 0.9125

(3) 0.925

(4) 0.9375

6. (1) 有一個半年期的歐式買權，用一期二項樹模型評價之，請搭配以下資訊求出其選擇權價格。

(i) 股票的現貨價格為 40.

(ii) 履約價是 45.

(iii) 以連續複利計之無風險利率為 5%.

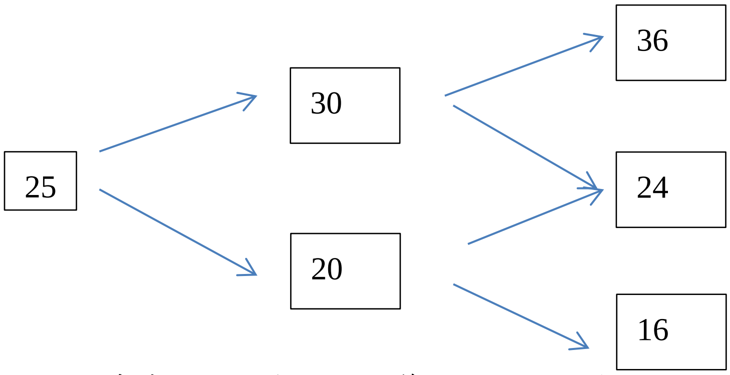
(iv) 連續股利率為 2%.

(v) 風險中立下的上漲機率為 0.55.

(vi) 在此二項樹模型內，假設 u 與 d 的平均值為 1

(1) 0.561 (2) 0.661 (3) 0.761 (4) 0.861

7. (1) 假設股價服從此兩期二項數模型，每一期的期間是一年。



考慮一個兩年期的以算術平均數作為履約價的亞式買權，此外

(i) 以連續複利計之無風險利率 $r = 0.04$。

(ii) 連續股利率$\delta = 0.02$。

請計算此選擇權價格。

(1) 1.296 (2) 1.302 (3) 1.306 (4) 1.310

8.(1) 以下是關於歐式選擇權與美式選擇權的定價敘述，在此我們假設所比較之選擇權，其連結股票標的相同、離到期的期間(time to maturity)相同，履約價相同，且市場的無風險利率為1%，請判斷出正確的敘述有幾項？

(i) 若離到期的期間內不發放股利，則歐式與美式的買權價格是相同的。

(ii) 若離到期的期間內有發放離散股利，則歐式與美式的買權價格仍是相同的。

(iii) 若離到期的期間內不發放股利，則歐式與美式的賣權價格仍是相同的。

若離到期的期間內有發放離散股利，則歐式與美式的賣權價格仍是相同的。

(1) 恰有一項正確 (2) 恰有兩項正確 (3) 恰有三項正確(4) 恰有四項正確

9. (2) 下列關於常態分配與對數常態分配的敘述，請問正確的有幾項

(i) 常態分配的偏態係數必定為零，而對數常態分配的偏態係數必定大於零。

(ii) 兩個獨立且服從常態分配的隨機變數相加仍服從常態分配，而兩個獨立且服從對數常態分配的隨機變數相加仍服從對數常態分配。

(iii) 常態分配的中位數與期望值必相同，而對數常態分配期望值與中位數也必相同。

(1) 以上敘述皆為錯誤 (2) 只有一項正確 (3) 恰兩項正確 (4) 三項敘述皆正確

10. (3) 有一美式賣權，履約價為每股 55 元， 1 年後到期。目前標的股價為每股 50 元，半年後，可能漲成 1.3 倍，也可能跌至 0.7 倍；無論半年後股價是漲或跌，再過半年，股價也是可能漲成 1.3 倍，或是跌至 0.7 倍。以連續複利計之無風險利率為 5%，請問，利用兩期二項樹模型評價此美式賣權價格為多少？

(1) 9.8731 (2) 10.5666 (3) 11.1730 (4) 12.3271

11. (4) 關於 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 二種利率模型，下列敘述何者為真？

a. 二模型皆有可能產生負利率

b. 二模型皆假設利率為常態分配

(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤

12. (3) 關於 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 二種利率模型，在給定相同參數的情況下，下列敘述何者為真？

(1) 利率的期望值、變異數皆相同

(2) 利率的期望值相同、變異數不同，但長期變異數（當時間趨近無窮大時）相同

(3) 利率的期望值相同、變異數不同，且長期變異數不同

(4) 利率的期望值、變異數皆不同

13. (　3　) 假設第 T 年之股票價格 S_T 為對數常態分配，期初股價 S_0 為 50，股票預期投資報酬率為 8% (連續計息)，波動率為 0.3，連續型複利之無風險利率為 2%，無股利發放。使用 Monte Carlo 法模擬二年後的股價，假設抽五個標準常態隨機數值為 -1.2、-0.6、-0.1、0.5、1.5，求S_T模擬的數值。

(1) 54.79 (2) 56.25 (3) 58.57 (4) 60.21

14. (　2　) 使用 Monte Carlo 法模擬奇異選擇權價格時，下列敘述何者為真？

a. 每次抽取標準常態隨機變數 x_i時，同時抽取 $-x_i$，可降低模擬的變異

b. 每次抽取 U(0,1)均勻隨機變數 x_i時，同時抽取 $-x_i$，可降低模擬的變異

c. 同時模擬普通選擇權（plain vanilla options）並觀察其與 Black-Scholes formulas 的誤差，有助於提升模擬的精確度。

(1) a, b (2) a, c (3) b, c (4) a, b, c

15. (　1　) 使用 control variate 的模擬法來計算術平均價格之亞式買權的價格。如果幾何平均價格之亞式買權的價格公式解為 2.35，幾何平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.50，算術平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.75，則算術平均價格之亞式買權的價格為

(1) 2.60 (2) 2.65 (3) 2.90 (4) 3.00

16. (　2　) 零息債券之價格 P 和短期利率 r_t 滿足以下隨機微分方程式

$$\frac{dP}{P} = \alpha(r_t, t, T)\mathrm{dt} - q(r_t, t, T)dZ_t$$

$$dr_t = 0.4 \times (0.05 - r_t)dt + 0.1dZ_t$$

假設風險中立測度下短期利率的隨機過程為：

$$dr_t = a \times (b - r_t)dt + \sigma d\widetilde{Z}_t$$

請問下列敘述何者為真？

a. $a = 0.4$

b. $b = 0.05$

c. $\sigma = 0.1$

(1) a, b (2) a, c (3) b, c (4) 以上皆非

17. (　3　) 關於 Black-Derman-Toy 模型，下列敘述何者為真？

a. 此模型假設短期利率為常態分配

b. 此模型配適市場到期殖利率

c. 此模型配適市場到期殖利率的波動率

(1) a, b (2) a, c (3) b, c (4) a, b, c

18. (4) 關於 Black-Derman-Toy 模型所建構的二項模型，下列敘述何者為真？

a. 每期利率上漲和下跌的風險中立機率相同

b. 若期初利率為 r，則下一期的利率不是上漲就是下跌

c. 若期初利率為 r、第一期上漲的利率為 1.2r，則第二期上漲的利率為 1.44r

(1) a, b (2) a, c (3) b, c (4) 以上皆非

19. (4) 根據 Black-Derman-Toy 模型建構的二項樹,假設現在的實質年利率(effective annual spot rates)為 $r_0(0,1) = 4\%$ 和 $r_0(0,2) = 4.5\%$，殖利率波動度為 8%，則第二年的利率（r_d 和 r_u）分別為多少？

(1) 3.7% 與 4.5%

(2) 4.0% 與 4.8%

(3) 4.3% 與 5.1%

(4) 4.6% 與 5.4%

20. (1) 承上題，二年期之零息債券價格為何（面額為 100）？

(1) 91.6 (2) 92.1 (3) 92.5 (4) 95.2

21. (4) 一般狀態下，下列**何者敘述為非**：(1) 挑選者選擇權（chooser options）適合用來規避重大的事件 (2) 障礙選擇權（barrier options）較標準選擇權便宜 (3) 亞洲式買權（Asian options）價格較標準買權便宜 (4) 複合選擇權（compound options）對於波動的敏感度較標準選擇權低。

22. (2) 下列哪些敘述正確：

A 亞式選擇權（Asian options）的 delta 避險較一般選擇權容易 B 一般的美式買權等於一個下跌-敲出（down-and-out）美式買權和一個下跌敲進（down-and-in）美式買權的組合 C 當下跌-敲出（down-and-out）賣權之障礙高於履約價格時，其選擇權的價值為零 D 當標的物價格接近障礙選擇權所設定的障礙時，更易於操作 delta 避險。

(1) 僅 A、B (2) 僅 A、C (3) 僅 B、D (4) 僅 A、C、D。

23. (2) 考慮一個現金或無的買權（cash-or-nothing call），當 3 個月後台股指數若高於 9000 點，則此商品提供 100 元，否則無任何收益。假設目前台股指數為 8800，無風險利率為 2%，波動率（標準差）為 30%，則此一買權價值為：

(1) 40 (2) 42 (3) 44 (4) 46。

24. (3) 若欲透過台股指數期貨（F）對台股指數現貨（S）進行避險，在極小化避險投資組合的變異下，其最適避險比率為何？(1) 現貨報酬/期貨報酬 (2) 現貨標準差/期貨標準差 (3) 現貨和期貨的共變異數/期貨變異數 (4) 現貨和期貨的共變異數/現貨變異數。

25. (3) 假設台指 9000 買權的權利金為 200,若此買權的 delta 值為 0.8,若指數上漲至 9100 點，則台指 9000 買權的權利金報價約為何？(1) 200 (2) 240 (3) 280 (4) 325。

26. (1) 某人出售台積電買權（標的證券為股票 2,000 股）20 張，若買權 delta 值為 0.4，若要規避賣掉買權因股價變動的風險，則須買入多少張台積電股票？(1)16 (2) 8 (3) 24 (4) 32。

27. (4) 下列何者敘述為真：(1) 歐式買權在深價內時的 delta 值最小 (2) 歐式賣權在深價內時的 delta 值最大 (3) 價內選擇權的 delta 值的絕對值回隨著到期時間接近而收斂至 0 (4) 價平選擇權的 delta 值的絕對值回隨著到期時間接近而收斂至 0.5。

28. (2) 下列**何者敘述有誤**：(1) 若存在一個由選擇權組合而成的投資組合，買進標的物並不會改變投資組合的 vega 值 (2) 選擇權的 gamma 值當價平時，近到期日時風險最小 (3) 相同條件的歐式買賣權的 vega 值相同 (4) 相同條件的歐式買賣權的 gamma 值相同。

29. (2) 有一投資組合為 Delta 中立，其 Gamma 值為-100，假設存在某一買權的 Delta 值和 Gamma 值分別為 0.5 和 2，若希望投資組合可以同時維持 Delta 中立和 Gamma 中立，可選擇以下何者交易策略？(1) 買進 50 個選擇權、賣出 100 個標的資產 (2) 買進 50 個選擇權、賣出 25 個標的資產 (3) 買進 100 個選擇權、賣出 50 個標的資產 (4) 買進 200 個選擇權、賣出 100 個標的資產。

30. (4) 若存在一個 Delta 中立的投資組合，若投資組合的 Gamma 值為-4，如果資產在短時間內發生±10 的變化，則投資組合的價值變化為：(1)上漲 200 (2)上漲 100 (3)下跌 100 (4)下跌 200。