C5 精算模型

選擇題 35 題:(第 4,9,12,13,18 題每題 2 分,其他每題 3 分)

1.(3) 動差:Uk= E[(X-u)k]，若 U2=4，U3=16，U4=32，則 kurtosis 為何？

(1) 4 (2) 0.5 (3) 2 (4) 1

2.(4) X_1、X_2及X_3皆服從Gamma分配，其參數(α, θ)分別為 (1,0.2)、(2,0.2) 、(3,0.2) ，若 $S=X_1+X_2+X_3$，求其 moment generation function MS(3)=?

(1) 0.13 (2) 1.20 (3) 3.6 (4) 244.14

3.(1) X 服從 Pareto 分配，其參數(θ, α)為(150,2.8)，求其 $TVaR_{95\%}$ =?

(1) 530.19 (2) 460.74 (3) 1191.64 (4) 678.61

4.(1) 若二項分配、負二項分配及 Poisson 分配若具有相同的變異數時，何者的平均數較大?

(1) 二項分配 (2) 負二項分配 (3) Poisson 分配 (4) 無法比較

5.(1) 對一風險，在單一的暴露期間內，理賠可能次數及其機率如下表，

理賠次數	機率
0	70%
1	20%
2	10%

假如只有 1 次理賠發生，理賠金額為 50 的機率為 70%，理賠金額為 100 的機率為 30%，假如有 2 次理賠發生，每一次理賠金額的大小是彼此獨立的，而且理賠金額為 50 的機率為 50%，理賠金額為 100 的機率為 50%，求此風險的純保費變異數?

(1) 2,541 (2) 3,270 (3) 1,289 (4) 2,486

6.(　1　) 給定以下資訊：

- 單一被保險人的理賠次數服從平均為 0.25 的 Poisson 分配。
- 單一理賠的金額服從[0 ,500]的均勻分配。
- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

求此被保險人的過程變異數?

(1) 20,833　(2) 41,667　(3) 1,041,667　(4) 2,083,333

7.(　2　) 給定以下資訊：

- 理賠次數服從 Poisson 分配。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	50%
20	30%
40	20%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 20%之內的理賠次數較接近?

(1) 521　(2) 131　(3) 92　(4) 146

8.(2　) 用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 的理賠 0 次機率為 4/6，理賠 1 次機率為 2/6，骰子 A_2 的理賠 0 次機率為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	20	60
B_1	0.7	0.3
B_2	0.4	0.6

單次的觀察包含從 A1 及 A2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費假設平均數的變異數(VHM)為何?

(1) 55.375　(2) 16.797　(3) 5.063 (4) 20.172

9.(1) 給定下列資訊：

- X 是有平均數 u 為和變異數為 v 的隨機變數，
- u 是有平均數 2 為和變異數為 4 的隨機變數，
- v 是有平均數 8 為和變異數為 32 的隨機變數，

X 在有 6 個觀察值後，其 Buhlmann 可信度 Z=?

(1) 0.75 (2) 0.60 (3) 0.50 (4) 0.67

10.(4) 有以下資訊：

某保單組合由 1,000 個獨立且有相同分配的風險所組成。

每個風險的理賠次數服從具有變異數 λ 的 Poisson 分配。

最近暴露期間前，λ 假設為具有參數(α,θ)的 Gamma 分配，α=500，θ=2500。

最近暴露期間中，觀察到以下的損失經驗：

理賠次數	風險個數
0	906
1	89
2	4
3	1

請問 λ 事後分配的平均數 = ?

(1) 0.117 (2) 0.143 (3) 0.167 (4) 0.171

11.(4) 對一 zero-modified Poisson 模型,

p^M_2= 27.3%, and p^M_3= 12.7%.

計算 p^M_0

(1) 12% (2) 13% (3) 14% (4) 15%

12.(3) N 服從 Poisson 分配, 期望值 λ = 2.5 計算 E[(N - 3)+].

(1) 0.2 (2) 0.3 (3) 0.4 (4) 0.5

13.(2) 損失服從 Normal 分配 期望值 μ= 1000 and 標準差 σ = 25.

計算 VaR80%.

(1) 1010 (2) 1020 (3) 1030 (4) 1040

14.(4) $F(x) = (x/10)^4$, $0 \le x \le 10$.

計算 TVaR0.90.

(1) 大於等於 9.70 小於 9.75

(2) 大於等於 9.75 小於 9.80

(3) 大於等於 9.80 小於 9.85

(4) 大於等於 9.85

15. (3) 假設 S 是 compound Poisson分配 損失件數的期望值 mean = 4.

各別損失金額 100, 200, and 500 其對應各別機率為 0.4, 0.5, 及 0.1, 計算 S 的變異數 ?

(1) 小於 150,000

(2) 大於等於 150,000 , 小於 175,000

(3) 大於等於 175,000 , 小於 200,000

(4) 大於等於 200,000 , 小於 225,000

16.(3) 出險頻率是 Poisson 分配, 損失幅度是 Pareto 分配(α= 4).

完全可信的標準, 採累積總損失之 K=10%, P=99% 其所對應的完全可信的 exposures 是50,000

請計算每一 exposure 預期出險件數為何?

(1) 2% (2) 3% (3) 4% (4) 5%

17.(4) 被保險人每年賠案件數服從 Binomial 分配 m = 2.

80% 被保險人 q = 0.10 , 20%被保險人 q = 0.20,

被保險人 1 年內有 1 賠案, 計算被保險人 q = 0.10 的機率

(1) 61% (2) 63% (3) 67% (4) 69%

18.(2) 假設 X ,Y 獨立同分布(independent and identically distributed)的變數, 且均勻分布在 [0, 100]. 令 Z = 最小(Minimum) [X, Y].

模擬 10 個 Z 值m/5用下列 20個來自[0, 1]之間隨機數:

0.574, 0.079, 0.803, 0.382, 0.507, 0.848, 0.090, 0.631, 0.246, 0.724,
0.968, 0.372, 0.653, 0.736, 0.329, 0.757, 0.915, 0.177, 0.770, 0.403

(使用第1組(2個)去模擬第1個 Z, 第2組(2個)去模擬第2個 Z, …) 計算10 個 Z的模擬值的平均值?

(1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36

19.(1) 隨機三個觀察值 X : 1 3 8

估計 X 的中位數是取下三個觀察值的中間值

計算 bootstrap (拔靴法)的mean-squared error(均方誤差)值

(1) 7.5 (2) 8 (3) 8.5 (4) 9.0

20.(1) 已知:

(i) 損失樣本: 600 700 900

(ii) 沒有訊息關於損失小於等於 500.

(iii) 假設損失服從 exponential 分配 mean θ.

計算 θ. 的 MLE (maximum likelihood estimate)

(1) 233 (2) 400 (3) 500 (4) 733

21.(4) 有下列隨機觀察值:

0.1 0.2 0.5 1.0 1.3

測試上述樣本是否來自機率密度函數function: $f(x) = 2/(1+x)^3$, $x > 0$.

的分配,計算 Kolmogorov-Smirnov 統計.

(1) 0.06 (2) 0.12 (3) 0.17 (4) 0.19

22.(4) 對下列150個觀察值 假設檢定是 Pareto 分配(參數 alpha= 1 and theta = 2),

計算Chi-Square statistic

分組如下.

Class	Range	Frequency
1	0 to 3	75
2	3 to 7	30
3	7 to 10	10
4	10 and above	35

(1) 大於等於 4.0 , 小於 5.0

(2) 大於等於 5.0 , 小於 6.0

(3) 大於等於 6.0 , 小於 7.0

(4) 大於等於 7.0 , 小於 8.0

23.(3) 連續隨機變量 X 之 pdf 為 f(x)=0.005x for 0≦x≦20，其他情況則為 0。
下列敘述何者為真？

(1) $Var(X \wedge 10) < 3.4$

(2) $3.4 \leq Var(X \wedge 10) < 3.45$

(3) $3.45 \leq Var(X \wedge 10) < 3.5$

(4) $Var(X \wedge 10) \geq 3.5$

24.(3) 考量 Pareto 分配之參數為 α 及 θ，當 α 及 θ 趨近於無窮大(infinity)，且 $\frac{\alpha}{\theta} \to \xi$ 為常數，則最後結果之分配為下列何者？

(1) Transformed beta 分配

(2) Inverse exponential 分配

(3) Exponential 分配

(4) Transformed gamma 分配

25.(1) 某保險賠款區分為類型 A、類型 B 及類型 C，其機率分別為 0.2、0.3 及 0.5。假設總賠款件數服從 Poisson 分配，其平均數為 10。各類型之賠款件數服從 Poisson 分配且相互獨立，請問 5 件賠款中有 2 件為類型 A 的機率為何？

(1) 該機率＜0.205

(2) 0.205≦該機率＜0.21

(3) 0.21≦該機率＜0.215

(4) 該機率≧0.215

26.(3) 離散型隨機變量 X 之機率函數(probability function)屬於 $C(a, b, 0)$之成員，已知下列：

(i) $\Pr(X=0)=\Pr(X=1)=0.25$

(ii) $\Pr(X=2)=0.1875$

下列有關 $\Pr(X=3)$之敘述何者為真？

(1) $\Pr(X=3) < 0.124$

(2) $0.124 \leq \Pr(X=3) < 0.125$

(3) $0.125 \leq \Pr(X=3) < 0.126$

(4) $\Pr(X=3) \geq 0.126$

27.(2) 已知 N 服從 Negative binomial distribution，而參數 r = 2.5 且 β= 0.5，下列有關 p_3^T 之敘述何者為真？

(1) p_3^T ＜0.13

(2) 0.13≦ p_3^T ＜0.14

(3) 0.14≦ p_3^T ＜0.15

(4) p_3^T ≧0.15

28.(1) 承上題，N 服從 Negative binomial distribution，而參數 r = 2.5 且 β= 0.5，下列有關 p_3^M 之敘述何者為真？

(1) p_3^M ＜0.055

(2) 0.055≦ p_3^M ＜0.056

(3) 0.056≦ p_3^M ＜0.057

(4) p_3^M ≧0.057

29.(4) 考量某一 extended zero-truncated negative binomial distribution，而參數 r = -0.5 且 β= 1，並已知 $p_1^T = 0.853553$，下列有關 p_3^T 之敘述何者為真？

(1) p_3^T ＜0.0255

(2) 0.0255≦ p_3^T ＜0.026

(3) 0.026≦ p_3^T ＜0.0265

(4) p_3^T ≧0.0265

30.(2) 假設損失服從 Pareto 分配，且參數 $\alpha = 2$ 且 $\theta = 1000$ 之情況下，請計算 expected cost for a coverage with policy limit of 2000，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜660

(2) 660≦該值＜670

(3) 670≦該值＜680

(4) 該值≧680

31.(1) 假設損失服從 Pareto 分配，且參數 $\alpha = 2$ 且 $\theta = 1000$，而 policy limit 為 2000，在通貨膨脹為 30%之情況下，下列有關期望損失之敘述何者為真？

(1) 該期望損失＜1576

(2) 1576≦該期望損失＜1577

(3) 1577≦該期望損失＜1578

(4) 該期望損失≧1578

32.(3) 某一團險保單之損失頻率為負二項分配，其平均值 300 和變異數(variance)為 800，而 Ground-up 之損失幅度如下表：

損失幅度	機率
40	0.25
80	0.25
120	0.25
200	0.25

你預期損失幅度將增加 50%，而損失頻率維持不變，並決定導入 per claim deductible 為 100，請計算上述改變後之預期總賠款給付，下列有關該給付之敘述何者為真？

(1) 該給付＜22,400

(2) 22,400≦該給付＜22,500

(3) 22,500≦該給付＜22,600

(4) 該給付≧22,600

33.(1) 假設 $X_1, X\ ,..., X_n$ 是相互獨立的 uniform 分配，其參數為(0, θ)，考量兩個不偏估計量(unbiased estimator)如下：

$\hat{\theta}_a = 2\hat{\mu} = 2\overline{X}$ 而 $\hat{\theta}_b = \dfrac{n+1}{n}\max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$

請計算這兩個不偏估計量之效率(efficient)，下列有關效率的敘述何者為真？

(1) $\hat{\theta}_b$ is more efficient than $\hat{\theta}_a$.

(2) $\hat{\theta}_a$ is more efficient than $\hat{\theta}_b$.

(3) 兩個不偏估計量之效率(efficient)相同。

(4) 無法完全判斷兩個不偏估計量之效率(efficient)。

34.(3) 考量模擬之樣本值如下：

45 107 210 81 153 189

假設 $p = 0.6$，請計算 $\hat{T}VaR_p(X)$，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜181
(2) 181≦該值＜183
(3) 183≦該值＜185
(4) 該值≧185

35.(4) 承上題，考量模擬之樣本值如下：

45 107 210 81 153 189

假設 $p = 0.6$，請計算 $\hat{V}ar(\hat{T}VaR_p(X))$，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜465
(2) 465≦該值＜467
(3) 467≦該值＜469
(4) 該值≧469