

## G1 基礎費率釐訂與準備金

### 1. (4 分)

以下為 ABC 保險公司保單資訊：

保單	原始生效日 (Original Effective Date)	原始到期日 (Original Expiration Date)	批改生效日	地區	保險期間總保費 (full-term Written Premium)	備註
A	2016年1月1日	2016年12月31日		台北市	1,000	
A	2016年1月1日	2016年12月31日	2016年4月1日	台北市	N/A	保單退保
B	2016年7月1日	2017年6月30日		台北市	1,200	
B	2016年7月1日	2017年6月30日	2016年9月30日	台中市	1,000	更改地區至台中市
C	2015年10月1日	2016年6月30日		台中市	900	

- 保險期間總保費為原始生效日至原始到期日之保單簽單保費。

#### (1) (1 分)

請以評估日 2016 年 12 月 31 日，計算曆年度 2016 年簽單保費。

#### (2) (1 分)

請以評估日 2016 年 12 月 31 日，計算曆年度 2016 年滿期保費。

#### (3) (1 分)

請計算 2016 年 5 月 1 日有效保費(in-force premium)。

#### (4) (1 分)

請以評估日 2016 年 12 月 31 日，分別計算曆年度 2016 年台北市及台中市滿期曝  
露數(earned exposures)。

【參考解答】

(1)

2016年曆年度簽單保費		評估日:2016年12月31日
A	=1000-750=	250
B	=1200*0.25+1000*0.75=	1,050
C	=0	-
合計		1,300

(2)

2016年曆年度滿期保費		評估日:2016年12月31日
A	=1000-750=	250
B	=1200*0.25+1000*0.25=	550
C	=900*6/9=	600
合計		1,400

(3)

有效保費		評估日:2016年5月1日
A	not in force	-
B	not in force	-
C		900
合計		900

(4)

2016年曆年度滿期曝露數		評估日:2016年12月31日
	台北市	台中市
A	0.25	-
B	0.25	0.25
C	-	0.50
合計	0.50	0.75

2. (4 分)

已知下列資訊：

曆年	已付賠款及可分配 理賠費用 (Paid loss and ALAE)	已付賠款及可分 配理賠費用件數 (Number of Paid loss and ALAE)	已付可分配理賠 費用 (Paid ALAE)	已付不可分配理 賠費用 (Paid ULAE)
2013	913,467	1,350	160,250	144,026
2014	1,068,918	1,680	175,302	154,170
2015	171,734,240	2,130	685,000	685,968
合計	173,716,625	5,160	1,020,552	984,164

- 2015 年有一巨災事件，其中已付賠款為 170,000,000，已付可分配理賠費用 500,000，已付不可分配理賠費用 500,000。

(1) (3 分)

請使用金額基礎分配法(dollar-based allocation method)，計算不可分配理賠費用因子(ULAE Factor)。

(2) (1 分)

除了上述方法，請列出另一種不可分配理賠費用分配法(ULAE allocation approach)。

**【參考解答】**

(1) 首先要將巨災損失及理賠費用排除，ULAE Factor 計算如下：

曆年	已付賠款及可分 配理賠費用 (Paid loss and ALAE)	已付不可分配理 賠費用 (Paid ULAE)	ULAE Ratio	ULAE Factor
2013	913,467	144,026	15.77%	
2014	1,068,918	154,170	14.42%	
2015	1,234,240	185,968	15.07%	
合計	3,216,625	484,164	15.05%	1.1505

(2)

- count-based allocation。
- 研究理賠人員在各分類工作上所花的時間，如賠案種類、理賠活動種類、險種等等。

3. (7 分)

已知下列資產負債表日為 2015 年 12 月 31 日之相關資訊：

費率調整歷史	
生效日	調整幅度
2013年10月1日	3.00%
2015年7月1日	-2.00%

曆年度	滿期保費	滿期曝露數
2013	1,700,000	1,500
2014	1,900,000	1,350
2015	2,105,000	1,650

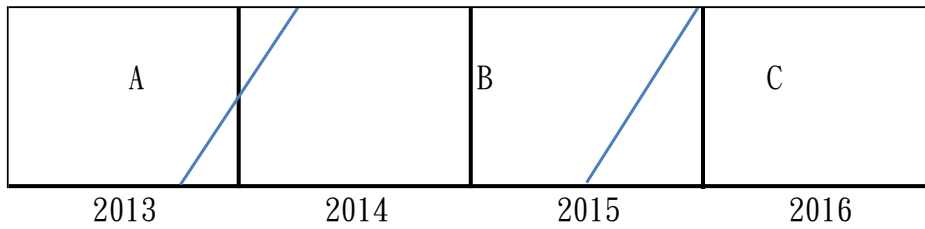
意外年度	累積已報賠款及可分配理賠費用(月數)		
	12	24	36
2013	3,150,000	3,395,000	3,495,000
2014	1,025,000	1,085,000	
2015	1,750,000		

意外年度	累積已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)		
	12	24	36
2013	800,000	895,000	900,000
2014	825,000	950,000	
2015	850,000		

- 全部保單均為半年期，且新費率假設為一年有效。
- 36 個月後無損失發展。
- 新費率於 2016 年 10 月 1 日生效。
- 假設簽單曝露數均勻分散於每一曆年度。
- 保費趨勢值=3%
- 年損失幅度趨勢值=-2%。
- 年損失頻率趨勢值=1%。
- 固定費用率=10%。
- 變動費用率=25%。
- 利潤率=10%。
- 不可分配理賠費用率=賠款及可分配理賠費用的 5%。
- 預期巨災風險加成(含可分配理賠費用)=150/每一曝露數。
- 假設上述資料為完全可信度。

請計算費率可調整幅度(indicated rate change)。

【參考解答】



意外年度	A	B	C	平均費率	On-level factor
2013	0.9375	0.0625	0.0000	1.00188	1.0075
2014	0.0625	0.9375	0.0000	1.02813	0.9818
2015	0.0000	0.7500	0.2500	1.02485	0.9849
費率調整幅度	1.000	1.030	1.009		

2.00 (trend period 2015)

意外年度	滿期保費	On-level factor	趨勢因子	趨勢化滿期保費
2013	1,700,000	1.0075	1.125500	1,927,700
2014	1,900,000	0.9818	1.092700	2,038,344
2015	2,105,000	0.9849	1.060900	2,199,473
合計				6,165,518

累積 已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)

意外年度	12	24	36
2013	800,000	895,000	900,000
2014	825,000	950,000	
2015	850,000		

意外年度	12-24	24-36	36-ult
2013	1.1188	1.0056	
2014	1.1515		
算數平均	1.1351	1.0056	1.0000
CDF	1.1415	1.0056	1.0000

意外年度	已報賠款	CDF	損失趨勢值	趨勢化最終賠款	
2013	900,000	1.0000	0.9598	863,820	44.81%
2014	950,000	1.0056	0.9697	926,374	45.45%
2015	850,000	1.1415	0.9797	950,578	43.22%
				2,740,772	44.45%

巨災加成比率= 10.95%  
 $=150/(6165518/(1500+1350+1650))$   
 可調整費率幅度= 4.88%  
 $=((44.45\%+10.95\%)*1.05+10\%)/(1-25\%-10\%)-1$   
 或

損失率= (含巨災) 55.40%  
 $=44.45\%+150*(1500+1350+1650)/6165518$   
 可調整費率幅度= 4.88%  
 $=((55.4\%*1.05+10\%)/(1-25\%-10\%)-1)$

4. (5 分)

某一年期保險商品因應法規示範條款的調整，變更其給付條件，相關資訊如下：

生效日	給付條件變更幅度 (Direct Impact of Benefit Changes)
2015年4月1日	3.50%
2015年10月1日	5.50%

(1) (2 分)

假設該變更僅影響該變生效日(含)後所簽發保單之賠款，請以簡圖說明並計算於 2015 年意外年下半年之 On-level Factor(or Direct benefit change loss adjustment factor)。

(2) (2 分)

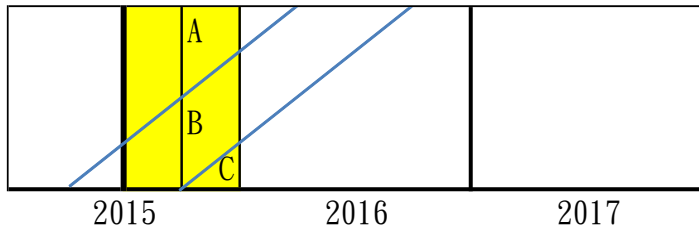
假設該變更影響該變生效日(含)後所發生之所有賠款，請以簡圖說明並計算於 2015 年保單年第 1 季之 On-level Factor(or Direct benefit change loss adjustment factor)。

(3) (1 分)

該公司精算師目前正進行該商品變更作業，他不打算調整 2012 年到 2015 年的純保費資料，且已選擇年損失趨勢值 3%作為賠款的調整，請評估該作法，並提出您的意見。

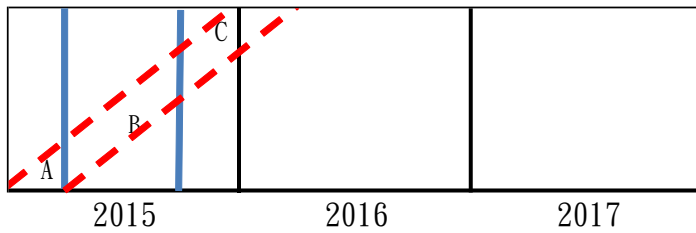
【參考解答】

(1)



意外年度	A	B	C	平均費率	On-level factor
2015 下半年	0.2500	0.2188	0.0313	0.5105	1.0694
費率調整幅度	1.000	1.035	1.092		

(2)



保單年度	A	B	C	平均費率	On-level factor
2015 1Q	0.0313	0.1250	0.0938	0.2630	1.0380
費率調整幅度	1.000	1.035	1.092		

(3) 並不適當，因給付條件的變更應該先調整純保費資料，然後再選擇損失趨失值，否則會重覆計算給付條件變更的影響。

5. (6 分)

某保險公司進行住宅火險費率釐訂，有以下資訊：

- 住宅價值為 500,000
- 發生損失的機率為 3%
- 假設事故發生時，損失金額機率分佈如下：

損失金額	機率
10,000	50%
80,000	30%
250,000	15%
500,000	5%

- 若有不足額投保，在無共保比例條款 (coinsurance provision) 下，損失賠償金額則按 (保險金額/住宅價值) 比例計算之。

(1) (2 分)

請計算足額投保時 (保險金額為 500,000)，每千元保額純保費應釐訂為何？

(2) (1 分)

請計算不足額投保時 (保險金額為 400,000)，每千元保額純保費應釐訂為何？

(3) (1 分)

承(2)，假設共保比例條款 (coinsurance provision) 訂為 80%，每千元保額純保費應釐訂為何？

(4) (2 分)

假設共保比例條款 (coinsurance provision) 訂為 80%，當保險金額為 300,000，損失金額為 250,000 及 500,000 之共保懲罰 (coinsurance penalty) 分別為何？



【參考解答】

$$(1) PP = 0.03 \times (0.5 \times 10,000 + 0.3 \times 80,000 + 0.15 \times 250,000 + 0.05 \times 500,000) \div 500,000 \times 1,000 = 5.49$$

(2) 仍為 5.49

$$PP = 0.03 \times 0.8 \times (0.5 \times 10,000 + 0.3 \times 80,000 + 0.15 \times 250,000 + 0.05 \times 500,000) \div 400,000 \times 1,000 = 5.49$$

$$(3) PP = 0.03 \times (0.5 \times 10,000 + 0.3 \times 80,000 + 0.15 \times 250,000 + 0.05 \times 400,000) \div 400,000 \times 1,000 = 6.4875$$

(4) 損失金額\$250,000：

$$250,000 \times 300,000 / (0.8 \times 500,000) = 187,500 < 300,000$$

$$\Rightarrow CP = 250,000 - 187,500 = 62,500$$

損失金額\$500,000：

$$500,000 \times 300,000 / (0.8 \times 500,000) = 375,000 > 300,000$$

$$\Rightarrow CP = 0$$

6. (5 分)

給定下列資訊，請計算下列責任險種之 expense fee 為何？

限額	高保額係數	占比
100/ 300	1.00	50%
200/ 600	1.80	30%
500/1,000	2.20	10%
1,000/3,000	2.40	10%

類別	類別係數	占比
1	1.00	50%
2	1.50	20%
3	3.00	10%
4	4.20	10%
5	4.80	10%

- 類別 1、限額 100/300 之純保費(不含理賠費用)為 2,500。
- 理賠費用為損失金額的 40%。
- 各項費用率：佣金率 14.5%、一般費用率 7.5%、稅捐 3%及利潤率 5%，假設一般費用中三分之二為固定性質(fixed)，其餘及其他費用皆屬變動性質(variable)。

**【參考解答】**

$$\text{平均 ILF} = 1.00 \times 50\% + 1.80 \times 30\% + 2.20 \times 10\% + 2.40 \times 10\% = 1.50$$

$$\text{平均類別係數} = 1.00 \times 50\% + 1.50 \times 20\% + 3.00 \times 10\% + 4.20 \times 10\% + 4.80 \times 10\% = 2.00$$

$$\text{PLR} = 1 - 0.145 - 0.075 - 0.03 - 0.05 = 0.70$$

$$F = 0.075 \times (2/3) = 0.05$$

$$V+Q = 1 - \text{PLR} - F = 1 - 0.70 - 0.05 = 0.25$$

Total Limits Average Rate

$$= \text{Base Rate} \times (1 + \text{LAE}\%) \times \text{平均 ILF} \times \text{平均類別係數} / \text{PLR}$$

$$= 2,500 \times 1.4 \times 1.50 \times 2.00 / 0.70$$

$$= 15,000$$

$$A_p = (\text{TLAR} \times F) / (1 - V - Q) = (15,000 \times 0.05) / (1 - 0.25) = 1,000$$

7. (6 分)

某保險公司汽車保險之費率因子為「年里程數」及「區域」兩項，假設以下資訊：

- 各分類之暴露數分佈如下：

年里程數	區域		
	一	二	三
少	14	260	286
中	216	252	252
多	358	258	80

- 各項費率因子之現行差比(relativity)如下：

年里程數	現行差比
少	0.80
中	1.00
多	1.35

區域	現行差比
一	0.60
二	1.00
三	1.30

- 各分類經驗期間之損失金額（含理賠費用）如下：

區域	年里程數	損失金額（含理賠費用）
一	少	421.86
一	中	8,916.10
一	多	21,131.96
二	少	12,412.24
二	中	16,479.90
二	多	24,127.36
三	少	16,882.50
三	中	20,377.40
三	多	9,250.68

- 無固定費用之調整。
- 所有保單費用率（含利潤率）相同。

請問：

(1) (2 分)

請以該經驗資料，使用純保費法(pure premium approach)計算「區域」費率因子之差比(indicated relativity)，其中假設基礎類別不變。

(2) (2 分)

請以該經驗資料，使用調整之純保費法(adjusted pure premium approach)計算「區域」費率因子之差比(indicated relativity)，其中假設基礎類別不變。

(3) (2 分)

請說明(1)與(2)計算結果之差異原因為何？何種方式的計算結果應較為準確？

**【參考解答】**

(1) 區域一純保費 =  $(421.86+8,916.10+21,131.96)/(14+216+358) \doteq 51.8196$

區域二純保費 =  $(12,412.24+16,479.90+24,127.36)/(260+252+258) \doteq 68.8565$

區域三純保費 =  $(16,882.50+20,377.40+9,250.68)/(286+252+80) \doteq 75.2598$

區域二差比 = 1.00 (基礎類別不變)

⇒ 區域一差比 =  $51.8196/68.8565 \doteq 0.7526$

⇒ 區域三差比 =  $75.2598/68.8565 \doteq 1.0930$

(2) 區域一加權之暴露數 =  $14 \times 0.80 + 216 \times 1.00 + 358 \times 1.35 = 710.50$

區域二加權之暴露數 =  $260 \times 0.80 + 252 \times 1.00 + 258 \times 1.35 = 808.30$

區域三加權之暴露數 =  $286 \times 0.80 + 252 \times 1.00 + 80 \times 1.35 = 588.80$

區域一調整之純保費 =  $(421.86+8,916.10+21,131.96)/710.50 \doteq 42.8852$

區域二調整之純保費 =  $(12,412.24+16,479.90+24,127.36)/808.30 \doteq 65.5938$

區域三調整之純保費 =  $(16,882.50+20,377.40+9,250.68)/588.80 \doteq 78.9922$

區域二差比 = 1.00 (基礎類別不變)

⇒ 區域一差比 =  $42.8852/65.5938 \doteq 0.6538$

⇒ 區域三差比 =  $78.9922/65.5938 \doteq 1.2043$

(3) 差異原因在於各區域中各年里程數類別的佔比不相同(distribution bias)，而純保費法未針對這部分作調整，故兩計算方式結果有此差異；調整之純保費法(adjusted pure premium approach)計算結果應較為準確。

8. (5 分)

給定以下資訊：

限額	保費	高保額係數
100,000	1,000,000	1.00
250,000	500,000	2.00
500,000	400,000	2.75
750,000	300,000	3.30
1,000,000	200,000	3.50
合計	1,900,000	

(1) (1 分)

假設限額 250,000 的損失金額為 1,500,000，請計算介於限額 500,000 及限額 750,000 之間損失金額的可信度補數(complement of credibility)為何？

(2) (2 分)

假設所有限額之保單預期損失率為 70%，若使用限額分析法(limits analysis approach)，請計算介於限額 500,000 及限額 750,000 之間損失金額的可信度補數(complement of credibility)為何？

(3) (2 分)

請說明兩個使用限額分析法(limits analysis approach)計算限額間損失金額之可信度補數(complement of credibility)的缺點。

**【參考解答】**

(1)  $C = 1,500,000 \times (3.30/2.00 - 2.75/2.00) = 412,500$

(2)  $C = 0.7 \times (3.30 - 2.75) \times (300,000/3.30 + 200,000/3.50) \doteq 57,000$

(3) a. It is biased and inaccurate.

b. It assumes the ELR is the same for each limit.

c. It is time consuming.

d. It is not based on actual data from layer to be priced.

(四擇二)

9. (3 分)

給定以下資訊：

損失金額	理賠件數	損失金額合計
低於 1,000	150	90,000
1,000	250	250,000
高於 1,000	300	450,000

請計算自負額 1,000 之 LER(loss elimination ratio)。

**【參考解答】**

自負額 1,000 之 LER

$$= (90,000 + 250,000 + 300 \times 1,000) / (90,000 + 250,000 + 450,000)$$

$$\approx 0.8101$$

10. (4 分)

AAA保險公司簽發精算師專業責任保險，該商品分別有索賠基礎制及意外事故制，保單皆為一年期，今已知2017.01.01生效之首年度索賠基礎制純保費為6,000，年純保費趨勢值為3%，而意外事故制賠案報案之模式為60%:30%:10%，年純保費趨勢值為3%。

(1) (2 point)

請計算2017.01.01生效之發展成熟索賠制保單(Mature claims-made coverage)之純保費。

(2) (1 point)

請計算2017.01.01生效之發展成熟索賠制保單之尾端因子(tail-factor)。

(3) (1 point)

解釋為何較長的理賠賠付模式(longer claim payment pattern)是如何影響到意外事故制保單之費率定價。

【參考解答】

(1)

因賠案發展模式為0.6:0.3:0.1，故從2017首年度claim-made純保費及年純保費趨勢值為-3%，可知其發展為

2017	2018	2019
6000	6180	6365
2913	3000	3090
943	971	1000

故可知2017.01.01生效之發展成熟索賠制保單(Mature claims-made coverage)之純保費  
 $=6000+6000/.6*.3/1.03+6000/.6*.3/1.03/.3*.1/1.03=9,855$

(2) 從a小題之圖形中可知其tail-factor= $(3000+971+1000)/9855=0.5044$

(3) 較長的理賠賠付模式，較有機會產生投資收益(假設投資收益率為正)，所以較長之報案期間其賠付模式對於意外發生制保單之費率將可能造成下降，但同樣的較長的通報期間亦因可能伴隨較多之賠案而造成費率上升。

11. (3 分)

目前金融業亦進入應用大數據之時代，請討論保險公司在在大數據之時代中如何從“skimming the cream”來獲取更具競爭力之優勢？

**【參考解答】**

如果保險公司在應用大數據中發現正面之風險本質上未運用在商品之費率結構上(或同業的)，保險公司可以就此正面之風險本質加以重點行銷並多簽發此種具獲利價值之業務(skimming the cream)，保險公司可藉由此方式來降低損失率並提供獲利能力及競爭能力。



12. (7 分)

截至 2015/12/31 之資料如下(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)

事故年	累積已付賠款	發展後之最終賠款	發展法下之累積發展因子
2012	600	750	E
2013	500	650	F
2014	A	B	1.95
2015	200	C	3.90

事故年 2015 已報賠款	350
預期損失率	0.65
歷年制 2015 滿期保費	700

(1) (0.5 分)

計算事故年 2015 之已報未付賠款準備金。

(2) (0.5 分)

以預期損失率法(Expected Claims Technique)計算事故年 2015 之 IBNR。

(3) (1 分)

計算發展因子 E 及 F。

(4) (1 分)

計算各年度之發展因子。

(5) (1 分)

若 36-48 之發展因子修改為 1.4，則以損失發展法計算事故年 2015 最終賠款。

(6) (1 分)

呈上題，則以 Bornhuetter-Ferguson 法計算事故年 2015 最終賠款。

(7) (2 分)

請說明修改 36-48 之發展因子於預期損失率法、損失發展法、Bornhuetter-Ferguson 法計算最終賠款之影響性。

【參考解答】

1. 事故年 2015 之已報未付賠款準備金=350-200=150
2. 預期損失率法事故年 2015 之 IBNR=(700\*0.65)-350=105
3. 發展因子 E=750/600=1.25  
發展因子 F=650/500=1.3
4. 各年度之發展因子

	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
累積發展因子CDF	3.90	1.95	1.3	1.25
發展因子LDF	2	1.5	1.040	1.25

5. 若 36-48 之發展因子修改為 1.4

	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
修改LDF	2	1.5	1.4	1.25
修改累積發展因子CDF	5.25	2.625	1.75	1.25

6. 以 Bornhuetter-Ferguson 法計算事故年 2015 最終賠款  
 $= (700 * 0.65) * (1 - 1/5.25) + 200 = 568.333$
7. 修改 36-48 之發展因子於預期損失率法無影響，因沒有使用到 LDF。  
修改 36-48 之發展因子於損失發展法影響較大，因直接使用各年度 LDF，例如此案由  $780 (= 200 * 3.9)$  增加至  $1050 (= 200 * 5.25)$ 。  
修改 36-48 之發展因子於 Bornhuetter-Ferguson 法影響性較小，因採可性度加權平均計算 IBNR，如此案由  $538.333 (= (700 * 0.65) * (1 - 1/3.9) + 200 = 568.333)$  增加至  $568.333 (= (700 * 0.65) * (1 - 1/5.25) + 200)$

13. (4 分)

截至 2015/12/31 之資料如下(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)，並假設 48 個月後即無發展。

事故年	累積已報賠款				選擇最終賠款	截至2015/12/31 累積已報賠款
	12	24	36	48		
2011	450	650	720	750	750	750
2012	500	700	780		950	1,000
2013	550	750			1,050	1,000
2014	600				1,200	950

(1) (1 分)

以簡單平均法計算各年度損失發展因子(LDF)。

(2) (3 分)

計算意外年制 2011~2014 於曆年制 2015 中實際與預期新增 IBNR 差異。

**【參考解答】**

1. 簡單平均法計算各年度損失發展因子

事故年	累積已付賠款LDF		
	12-24	24-36	36-48
2012	1.444	1.108	1.042
2013	1.400	1.114	
2014	1.364		
簡單平均	1.403	1.111	1.042
CLF	1.625	1.158	1.042

2. 實際與預期新增 IBNR 差異

事故年	IBNR	2014/12/31之 Age-to-Ult	% Reported	2015預期新增	2015實際新增
2011	-	1	1	0	-
2012	170	1.042	0.960	170	220
2013	300	1.158	0.864	211.765	250
2014	600	1.625	0.615	388.052	350
小計				769.817	820
				差異	-50.183

14. (4 分)

截至 2015/12/31 之資料如下(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)，並假設 36 個月後車體險及車責險發展因子各為 1.02 及 1.10。

事故年	車體險累積已報賠款		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	10,000	12,500	14,000
2014	10,500	13,120	
2015	12,000		

事故年	車責險累積已報賠款		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	2,000	4,000	5,000
2014	4,000	8,000	
2015	4,500		

(1) (1 分)

計算車體險曆年制 2014 及 2015 之已報賠款。

(2) (1 分)

以簡單平均法計算車責險各年度損失發展因子(LDF)。

(3) (1 分)

計算意外年度 2015 之車體險之最終賠款。

(4) (1 分)

說明在何種情形下將此 2 險別合併計算並不恰當。

**【參考解答】**

**(1) 車體險曆年制已報賠款**

曆年制 2014 年= $(10500+12500)-10000=13000$

曆年制 2015 年= $(12000+13120+14000)-(10500+12500)=16120$

**(2) 車責險各年度損失發展因子**

事故年	車責險累積已報賠款LDF		
	12-24	24-36	36-Ult
2013	2.000	1.250	
2014	2.000		
簡單平均	2.000	1.250	1.100

**(3) 車體險各年度損失發展因子**

事故年	車體險累積已報賠款LDF		
	12-24	24-36	36-Ult
2013	1.250	1.120	
2014	1.250		
簡單平均	1.250	1.120	1.020

最終賠款= $12000*1.25*1.12*1.02=17136$

**(4) 當二險別各年度發展因子及長尾發展因子有所改變，或二險別經營業務量之組合有變化時，皆不宜採二者資料合併計算。**

15. (7 分)

你擁有以下資訊於 2015/12/31

事故年	累計已報賠款(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	19,862	23,166	26,106
2014	25,934	34,782	
2015	25,848		

事故年	累計已付賠款(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	7,422	17,494	24,716
2014	6,928	17,992	
2015	6,256		

事故年	未決件數		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	345	167	30
2014	499	350	
2015	435		

- 假設已報賠款之 36 至最終發展因子為 1.05
- 每年的損失幅度趨勢為 6%
- 發展因子的計算請四捨五入至小數點第 3 位

(1) (2 分)

請利用已發生損失發展法(reported development technique)預估 2015 事故年的最終賠款。

(2) (4 分)

請利用 B-S 個案賠款準備金調整法(Berquist-Sherman case outstanding adjustment technique)預估 2015 事故年的最終賠款。

(3) (1 分)

請討論前兩種估計值的差異原因。

【參考解答】

(1)

年度	發展因子		
	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-最終</u>
2013	1.1660	1.1270	1.0500
2014	1.3410		
平均	1.2540	1.1270	1.0500
發展至最終	1.4840	1.1830	1.0500

**2015 事故年最終賠款 = 25,848,000 x 1.4840=38,358,432**

(2)

首先先調整個案賠款準備金，利用已付及已發生三角形計算出個案賠款準備金三角形

事故年	個案賠款準備金(\$000)		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	12,440	5,672	1,390
2014	19,006	16,790	
2015	19,592		

計算平均個案賠款準備金(=個案賠款準備金/未決件數)

事故年	平均個案賠款準備金		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	36,058	33,964	46,333
2014	38,088	47,971	
2015	45,039		

趨勢值          6%          利用最後一條對角線調整平均未決

事故年	調整後平均個案賠款準備金		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	40,085	45,256	46,333
2014	42,490	47,971	
2015	45,039		

<u>事故年</u>	調整後個案賠款準備金		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	13,829,194	7,557,763	1,390,000
2014	21,202,360	16,790,000	
2015	19,592,000		

<u>事故年</u>	調整後累積已報賠款		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2013	21,251,194	25,051,763	26,106,000
2014	28,130,360	34,782,000	
2015	25,848,000		

LDF	12-24	24-36	36-最終
	1.1790	1.0420	1.0500
	1.2360		
平均	1.2080	1.0420	1.0500
發展至最終	1.3220	1.0940	1.0500

**2015 事故年最終賠款 = 25,848,000 x 1.3220=34,171,056**

(3)

個案賠款準備金的變化比率由 2014 年至 2015 年大於損失幅度發展趨勢 6%，這代表個案賠款準備的適足性已經增加

事故年度	調整前的平均個案賠款準備金@12 個月	
2013	36,058	增加%
2014	38,088	5.60%
2015	45,039	18.20%

因為個案賠款準備金的適足性已經改變，因此由(1)利用已發生損失發展法所計算出來的預期最終賠款有高估的情形，而利用(2)B-S 個案賠款準備金調整法，將過往年度的個案賠款準備金調整到現行的適足性水位，故所估計出的最終賠款較為適當。



16. (2 分)

公司經營模式或外在環境的改變都可能會扭曲賠付紀錄，例如公司內部理賠程序改變、賠付經驗發生變化、外部立法或法院判決發生較大變化等，而這些紀錄是精算師預測判斷未來賠付進展模式以及趨勢的基礎。解決問題的方法有兩種，其中一種是使用那些受變動影響較小的數據進行替代。Berquist 與 Sherman 於文中建議了幾種數據替代的例子，請任舉兩例。

**【參考解答】**

(Chaper13 Page 283)(任選 2 個)

- 1.當賠案件數不準確(準確性有疑義時)或者對於賠案的界定(賠案件數的定義)有較大改變時，可使用滿期暴露數來取代賠案件數。
- 2.在連續幾個保單年度之間，當保單限額或自負額發生明顯變化時，可採用保單年度數據代替事故年度數據。
- 3.當社會和法律環境發生較大變化時，損失幅度的變化與報告年度更直接相關，因此可採用報告年度數據取代事故年度數據。
- 4.當滿期暴露數的增長率顯著變化時，在每個風險期間內，損失發展因子會被嚴重歪曲，這時可採用事故季度數據來取代事故年度的數據。

17. (3 分)

下表彙整了用多種不同方法所預估出所有事故年度於 2015/12/31 底之的最終賠款：

方法	最終賠款
已報損失發展法	12,000
已付損失發展法	9,600
預期損失率法	9,960
已報 Berquist-sherman	10,020
已付 Berquist-sherman	9,780
已報 Bornhutter-Ferguson	11,400
已付 Bornhutter-Ferguson	9,720

(1) (2 分)

請描述出潛在的作業改變，以解釋上表數據的結果。

(2) (1 分)

請以準備金精算師的立場，找出二個應該詢問理賠部門的問題，以更加了解作業改變對於上題的未付賠款估計所造成的影響。

**【參考解答】**

(1)

由數據看來應該是由於個案準備金適足性的增加所致。以已報損失發展法所得數據最高，與個案準備金適足性改變所可能造成的結果具一致性。

以已付方法估計以及預期損失率法估計出的結果相近，而前述這些方法都不會受到個案準備金適足性改變所影響。

另外，以已報 B-S 法所估計出的最終賠款低於已報損失發展法，意味著個案賠款準備金之適足性已有改變。

(2)

與個案賠款準備金適足性改變的相關問題皆可。

例：最近是否有對於立案及重估個案賠款準備金的方針做改變？

個案賠款準備金的公式是否有調整？

最近是否有雇用比較有經驗的理賠人員？

18. (7 分)

你擁有某險別於 12/31/2015 之下列資訊：

事故年	累計已付賠款				選定最 終賠款
	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	
2011		18,400	18,600	18,600	18,600
2012	16,000	17,800	18,120	18,120	18,120
2013	18,400	19,800	19,960		19,960
2014	16,600	18,800			19,040
2015	19,000				21,360

事故年	累計已付 ALAE			
	月份數			
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2011		690	753	764
2012	500	760	853	861
2013	550	650	710	
2014	555	770		
2015	630			

- 假設賠案以及 ALAE 皆在 48 個月後無發展。
- 各項比率以及發展因子的計算請四捨五入至小數點第 3 位。

(1) (3 分)

請利用已付 ALAE 對已付賠款發展法(development of paid ALAE-to -paid loss method)之乘型模式，預估 2015 年年底時之未付可分配理賠費用。

(2) (2 分)

承上，請改以加型模式預估。

(3) (2 分)

請分別舉出採用比率法估計 ALAE 的優點及缺點(各一項)。

【參考解答】

(1) 假設發展是乘型模式

事故年度	已付 ALAE 佔已付賠款比例			
	<u>12 個月</u>	<u>24 個月</u>	<u>36 個月</u>	<u>48 個月</u>
2011		0.0380	0.0400	0.0410
2012	0.0310	0.0430	0.0470	0.0480
2013	0.0300	0.0330	0.0360	
2014	0.0330	0.0410		
2015	0.0330			

事故年度	乘型模式			
	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-ULT</u>
2011		1.0530	1.0250	1.0000
2012	1.3870	1.0930	1.0210	
2013	1.1000	1.0910		
2014	1.2420			
LDF(平均)	1.2430	1.0790	1.0230	1.0000
選定	1.2430	1.0790	1.0230	1.0000
CDF	1.3720	1.1040	1.0230	1.0000

故 2015 事故年之最終已付可分配理賠費用占已付賠款之比率  
 = 2015 事故年比率 x (12 個月至最終發展因子)  
 = 0.033 x 1.372 = 0.045

事故年 2015 之未付 ALAE = 2015 最終賠款 x 最終佔比 - 累計已付 ALAE  
 = 21,360 x 0.045 - 630 = 331.2

按前述方法可求得事故年 2013-2015 的未付 ALAE (2011 及 2012 事故年已發展完畢)

事故年	最終已付比率	最終賠款	累計已付 ALAE	未付 ALAE
2013	0.0370	19,960	710	28.52
2014	0.0450	19,040	770	86.8
2015	0.0450	21,360	630	331.2

2015 年年底時之未付可分配理賠費用                      446.52

(2) 假設是加型模式



19. (5 分)

Slifka 描述一種預測未付不可分配理賠費用的方式,即利用過去的已付不可分配理賠用支出狀況來預估,你擁有以下資訊:

曆年制已付 ULAE 在各事故年度的分布狀況

當年事故年度	40%
前 1 年事故年度	40%
前 2 年事故年度	15%
前 3 年事故年度	5%

- 曆年度 2015 總共支付的不可分配理賠費用金額合計為\$2,000,000。

(1) (3 分)

請預測 2015/12/31 的未付不可分配理賠費(unpaidULAE)。

(2) (2 分)

同(1),唯假設不可分配理賠費用每年增加 10%。

【參考解答】

(1)

<u>事故年</u>	<u>年度已付</u>			
	<u>2015</u>	<u>2016</u>	<u>2017</u>	<u>2018</u>
2015	\$800,000	40%	15%	5%
2014	\$800,000	15%	5%	
2013	\$300,000	5%		
2012	\$100,000			
合計	\$2,000,000	60%	20%	5%

故 2015/12/31 之未付不可分配理賠費用

$$=2,000,000 \times (0.6+0.2+0.05)$$

$$=1,700,000$$

(2)

<u>事故年</u>	<u>年度已付</u>			
	<u>2015</u>	<u>2016</u>	<u>2017</u>	<u>2018</u>
2015	\$800,000	40%	15%	5%
2014	\$800,000	15%	5%	
2013	\$300,000	5%		
2012	\$100,000			
合計	\$2,000,000	60%	20%	5%

曆年度

ULAE	2,000,000	2,200,000	2,420,000	2,662,000
Reserve		1,320,000	484,000	133,100

故 2015/12/31 之未付不可分配理賠費用

$$=1,320,000+484,000+133,100$$

$$=1,937,100$$

20. (6 分)

給定以下資訊：

事故年 Accident Year	已報未付賠款(O/S)(單位：千元)			
	12 月	24 月	36 月	48 月
2012	4,360	5,030	4,820	3,845
2013	4,520	5,080	4,710	
2014	4,650	5,630		
2015	4,800			

事故年 Accident Year	累積已付賠款(單位：千元)			
	12 月	24 月	36 月	48 月
2012	1,652	3,754	6,750	9,950
2013	2,282	4,014	7,060	
2014	1,922	3,644		
2015	2,132			

- 賠款最終發展至 48 個月
- 各選定因子採所有年度直線平均法(all year straight average for all factors selections)

(1) (5 分)

請使用 Friedland 的 Case Outstanding Development Technique – Approach #1 估計事故年 2013 年、2014 年及 2015 年未來各年度的已付賠款

(2) (1 分)

請解釋此方法適合用於事故年度制(Accident year)或是報案年度制(Report year)



【參考解答】

(1).

事故年	已報未付賠款(O/S) 前一年度 O/S 之比例			
Accident Year	12 月	24 月	36 月	48 月
2012		1.15	0.96	0.80
2013		1.12	0.93	
2014		1.21		
2015				
Average		1.16	0.94	0.80

事故年	(Incremental) 增量已付賠款(單位：千元)			
Accident Year	12 月	24 月	36 月	48 月
2012	1,652	2,102	2,996	3,200
2013	2,282	1,732	3,046	
2014	1,922	1,722		
2015	2,132			

事故年	(Incremental) 增量已付賠款與前一年度 OS 之比例			
Accident Year	12 月	24 月	36 月	48 月
2012		0.48	0.60	0.66
2013		0.38	0.60	
2014		0.37		
2015				
Average		0.41	0.60	0.66

事故年	預估已報未付賠款(O/S)(單位：千元)			
AccidentYear	12 月	24 月	36 月	48 月
2012				
2013				
2014			5,307	
2015		5,581	5,262	

註：5,307=0.94\*5,630；5,581=1.16\*4,800；5,262=5,581\*1.16。

事故年	預估 Incremental 增量已付賠款(單位：千元)			
AccidentYear	12 月	24 月	36 月	48 月

2012				
2013				3,127
2014			3,365	3,524
2015		1,977	3,335	3,493

註：1,977=0.41\*4,800；3,335=0.6\*5,581；3,493=0.66\*5,262。

- a. 事故年 2013 年在 2016 年的預估已付賠款為 3,127 千元。
- b. 事故年 2014 年在 2016 年的預估已付賠款為 3,365 千元，在 2017 年的預估已付賠款為 3,524 千元。
- c. 事故年 2015 年在 2016 年的預估已付賠款為 1,977 千元，在 2017 年的預估已付賠款為 3,335 千元，在 2018 年的預估已付賠款為 3,493 千元。

(2)

報案年度制(Report year)較合適，因為沒有 Pure IBNR。

報案年度制(Report year)較合適，當賠案多數於第一年度報案。

21. (3 分)

(1) (2 分)

請比較 Development technique 與 Expected Claims technique 的基本假設及優缺點。

(2) (1 分)

當損失率上升時，採用 Paid 或 Reported Bornhuetter-Ferguson method 兩種方法，何者較能反映其改變。

**【參考解答】**

- (1) 未來賠案可以以過去賠案之發展預估。沒有明顯的理賠方式改變、業務沒有明顯的變化、再保狀況沒有明顯改變。優點為可反應賠款之變動但波動性較大。  
Expected Claims technique 可以反映未來改變
- (2) Reported Bornhuetter-Ferguson method 較能反映，因為發展法較能反映當損失率上升時，而 B-F reported 給定較大的權數在發展法相較於 B-F Paid，故較能反映當損失率上升時。