

G7 保險財務

計算及申論題 20 題：

1. (4 分)

假設有一群性質相同的股票，報酬率的期望值為 15%、標準差為 30%，彼此相關係數為 0.5。

(1) (1 分)

假設這群性質相同的股票共有 25 支並每支投資比重相同，請問此投資組合的期望報酬率與標準差為何？

(2) (1 分)

如果期望此投資組合的標準差小於等於 22%，至少要投資這些股票幾支？

(3) (1 分)

請問大規模等比例投資這群性質相同的股票系統性風險為何？

(4) (1 分)

假設無風險利率為 10%，請問資產市場線(Capital Market Line)的斜率為何？

【參考解答】

a. $\text{Exp}(R)=15\%$

$$\sigma_p = [\sigma^2/n + \rho \times \sigma^2(n-1)/n]^{1/2} = [0.30^2/25 + 0.5 \times 0.30^2 \times 24/25]^{1/2} = 21.63\%$$

$$b. \quad 0.22^2 = \frac{0.30^2}{n} + 0.5 \times \frac{0.30^2(n-1)}{n} \quad n=14$$

$$c. \quad \sigma_p = \sqrt{\rho \times \sigma^2} = \sqrt{0.5 \times 0.30^2} = 21.21\%$$

$$d. \quad S = [15-10]/21.21 = 0.2357$$

2. (6分)

假設 Amazon 的股價月報酬對 S&P 500 指數的 $\beta=2.25$ ， $\alpha=0.006$ ，而 T-bill 的月報酬=0.2%，求 Amazon 股價每月的 Index-Mode α 為何？

【參考解答】

$$\alpha_{index\ model}=0.006-(1-2.25)*0.2\%=0.0085$$

3. (4分)

假設市場的 Risk Premium=8%，標準差=22%，任天堂與 Sony 的 β 分別為 1.10 與 1.25，若任天堂投資 70%，Sony 投資 30%，求此投資組合的 Risk Premium？

【參考解答】

$$\beta_p = 0.7 * 1.1 + 0.3 * 1.25 = 0.77 + 0.375 = 1.145$$

$$E(rp) - r_f = 1.145 * 8\% = 9.16\%$$

4. (6分)

假設產險公司業主權益=50、賠款及理賠費用=75、費用=25、無風險利率=5%、股東報酬率=15%，續保率=90%，依據 William H. Panning 的 Managing Interest Rate Risk 理論架構與簡化的公司情境假設，請計算下列數值：

(1) (2分)

Current Economic Value

(2) (2分)

Franchise Value

(3) (2分)

Total Economic Value

【參考解答】

$$P-L-E+(S+P-E)*y=k*S$$

$$P=[S*(k-y)+L]/(1+y)+E$$

$$P: \text{簽單保費}=[S*(k-y)+L]/(1+y)+E=[50*(15\%-5\%)+75]+25=101.19$$

$$C=S+P-E-L/(1+y)$$

$$C: \text{經濟價值}=50+101.19-25-75/(1+5\%)=54.76$$

$$cr: \text{續保率}=90\%$$

$$d=cr/(1+y)$$

$$d=90\%/(1+5\%)=0.8571$$

$$F=[P-E-L/(1+y)]*d/(1-d)$$

$$F: \text{特許價值}=[101.19-25-75/(1+5\%)]*0.8571/(1-0.8571)=28.57$$

$$\text{Total Economic Value}=C+F=54.76+28.57=83.33$$

5. (5 分)

假設產險公司無風險利率=5%、股東報酬率=15%，續保率=90%，依據 William H. Panning 的 Managing Interest Rate Risk 理論架構與簡化的公司情境假設，假設股東報酬率模型= $a+b*($ 無風險利率 $)$ ，請計算(a, b)使 Franchise Value 永遠不受利率風險影響。

【參考解答】

$$y=5\%$$

$$k=a+b*y=15\%$$

$$cr=90\%$$

$$D=\{(a-b+1)/[(1+y)+(a+by-y)]\}+[1/(1+y-cr)]=0$$

求 a、b? $a=6.2\%, b=1.763$

6. (6 分)

給定某一公司資訊：

- 該公司資產波動的標準差為 25%
- 該公司四年後到期的負債為 10 億
- 每年無風險利率為 5%
- 風險中立下的違約率為 10%
- 常態分配分佈表如下：

Z	Normal(Z)
2.326	99.0%
2.121	98.3%
1.960	97.5%
1.782	96.3%
1.645	95.0%
1.398	91.9%
1.282	90.0%

請使用 Merton' s Model 評估該公司目前負債價值。

【參考解答】：

Merton' s Model :

違約率 $N(-d_2) = 10\%$ 。 $d_2=1.282$

$$d_1 = [\ln V_0/D + (r + \sigma^2/2)T] / \sigma\sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = [\ln V_0/D + (r - \sigma^2/2)T] / \sigma\sqrt{T}$$

得 $d_1 = d_2 + (\sigma)\sqrt{T} = 1.282 + 25\% \times (4)^{0.5} = 1.782$

及 $\ln(V_0/1) = 1.782 \times 25\% \times 2 - (5\% + (25\%)^2/2) \times 4$

$V_0 = 1.76$ (B)

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2)$$

$$E_0 = 1.761 \times N(1.782) - 1 \times \exp\{-0.05 \times 4\} \times N(1.282)$$

$$= 1.761 \times 96.3\% - 1 \times \exp\{-0.05 \times 4\} \times 90.0\% = 0.96$$
 (B)

$$D = V_0 - E_0 = 1.76 - 0.96 = 0.8$$
 (B)

7. (5 分)

有一張四年期的債券資訊如下：

- 票面年利率為 4%
- 到期收益率(yield-to-maturity)為 5%，採連續複利(compounded continuously)
- 違約僅發生在給付債券利息之前
- 第 1 年、第 2 年及第 3 年的 unconditional default probability 皆相同
- 第 4 年的 the average default intensity 為第 3 年的兩倍
- 各年度違約回收率為 30%
- 名目本金為 100 元

一無風險債券，除到期收益率(yield-to-maturity)為 3%外，其餘條件與上述債券皆相同。

請計算第 4 年的 average default intensity?

【參考解答】：

Risk free bond= 103.54

Bond Price= 96.02

期望損失= 7.53

T	Loss	R	LGD	PV	Prob	Avg Default intensity
1	106.70	30	76.70	0.9704	Q	
2	105.83	30	75.83	0.9418	Q	
3	104.93	30	74.93	0.9139	Q	$Q/(1-2Q)$
4	104.00	30	74.00	0.8869	P	$2Q/(1-2Q)$

$$P/(1-3Q)=2Q/(1-2Q)$$

$$P=2Q(1-3Q)/(1-2Q)$$

$$7.53=76.70*0.9704*Q+75.83*0.9418*Q+74.93*0.9139*Q+74*0.8869*P$$

$$Q= 0.022$$

$$2Q/(1-2Q)= 0.0460$$

8. (4 分)

某一擔保債權憑證(CDO)由三個公司債所組成，每一公司債違約機率為 10%，若發生違約事件時，給付 0 元；若未發生違約事件，則給付 1 百萬元。該 CDO 結構如下：

- 第一層違約機率為至少一個公司債發生違約
- 第二層違約機率為至少二個公司債發生違約
- 第三層違約機率為三個公司債皆發生違約

發生違約時，公司債皆為獨立發生，請計算發生第二層違約事件時，其違約機率為何？

【參考解答】：

$$\text{違約機率} = 10\% + 3 \times 10\% \times 90\% = 2.8\%$$

9. (6 分)

假設某保險公司經營以下兩個險種，請根據以下資料回答相關問題。

險種	保費	準備金	預期損失率	費用率	平均賠款給付年期
車體險	300,000	130,000	0.7	0.25	2 年
商業火險	200,000	100,000	0.6	0.2	4 年

- 假設保單年度均為一年
- 保費收取時間與費用支付時間均為保單起始日
- 平均賠款給付年期之計算以保單起始日開始
- 準備金包含賠款準備金與未滿期準備金
- 保險公司之總資本(Total Capital)為 600,000
- 假設忽略投資收益與稅金

(1) (2 分)

假設公司之資本採用各險之準備金分配至各險，請計算車體險之 IRR(Internal Rate Of Return)。

(2) (2 分)

假設公司之資本採用各險之保費分配至各險，請計算車體險之 IRR(Internal Rate Of Return)。

(3) (1 分)

請說明公司之資本以準備金和保費分配至各險為何會產生不同的結果。

(4) (1 分)

請說明兩個實務上對於 IRR (Internal Rate of Return) 方法的批評。

【參考解答】

(1) $\text{Allocated Capital} = 600000 * 130000 / (130000 + 100000) = 339,130$

$$300000 * (1 - 0.25) - 339130 + (339130 - 300000 * 0.7) / (1 + \text{IRR})^2 = 0$$

$$\text{IRR} = 6.4\%$$

(2) $\text{Allocated Capital} = 600000 * 200000 / (200000 + 100000) = 400000$

$$300000 * (1 - 0.25) - 400000 + 400000 / (1 + \text{IRR}) - 0.7 * 300000 / (1 + \text{IRR})^2 = 0$$

$$\text{IRR} = 46.9\%$$

(3) 以準備金做分配時，盈餘(surplus)的建立在於損失發生時，盈餘(surplus)的釋出在於損失賠付時。以保費做分配時，盈餘(surplus)的建立在於簽發保單時，盈餘(surplus)的釋出在於保單到期時。

(4) A. 一般決策的準則為當 IRR 小於資金成本率(cost of capital)時，便會否決相關的專案，但在此情況下 IRR 可能為正並且大於投資收益。

B. Required surplus 在定價模型中是一個假設，若假設 Required surplus 是準備金的一個比率，隨著理賠成本(準備金)增加，Required surplus 和投資收益會隨者增加，會改變 IRR 的計算結果。

10. (5 分)

以下為一家再保公司為超額保險(High Excess Layer)進行定價相關之數據，請計算並回答下列問題。

Mean loss for the treaty = 0

Target investment return = 10%

The cost per dollar of investment protected for a put option = 1.5%

Risk-free rate = 2%

Mean of the investment return = 8%

The safety level is equal to the limit of the treaty

(1) (2 分)

請計算再保公司將收取之 ROL (Rate on Line)

(2) (2 分)

兩個再保險常用來設定再保風險加成的方法為 SWAP 法和 Option 法，請分別描述這兩個方法下的投資策略。

(3) (1 分)

請說明 SWAP 法或 Option 法通常會計算出較小之 ROL(Rate on Line)? 為什麼?

【參考解答】

$$(1) \text{ ROL}_{\text{SWAP}} = \frac{y-rf}{(1+rf)(1+y)} = (0.1-0.02)/[(1+0.02)*(1+0.1)] = 0.0713$$

$$\text{ROL}_{\text{Option}} = \frac{(1+y)(1+r_{\text{opt}})-(1+M_{\text{opi}})}{(1+rf)(1+y)} = [(1+0.1)*(1+0.015)-(1+0.08)]/[(1+0.02)*(1+0.1)] = 0.0325$$

選擇較低的結果，ROL= 0.0325

(2) SWAP: 將資金投資在無風險利率之投資上，而非投資在目標投資上，優點是減少投資風險但缺點是投資收益的減少。

Option: 將資金投資在目標投資上，但同時購買賣出選擇權以便使目標投資賣出的價格所得到的投資收益等於無風險利率。當實際投資收益低於無風險利率時，再保人便可以執行選擇權。優點是降低投資風險，缺點是必須付出額外成本購買選擇權。

(3) 通常在 option 法下計算出的 ROL 都比較小。因 Mean of the investment return 通常大於 risk-free rate，而 SWAP 法只賺取 risk-free rate。

11. (4 分)

請根據以下意外年度 2015 年賠款準備金(loss reserve)之資料，回答下列問題：

- 賠款支付之比例(loss payout pattern)預估如下表

發展年度	2015	2016	2017	2018
支付之百分比	35%	35%	20%	10%

- 賠款於每個發展年度之年底支付
- 預計未來四年之通貨膨脹率為零
- 無風險利率為 2%，以年複利率計算
- 可投資資產之報酬率為 5%，以年複利率計算
- 意外年度 2015 年最終賠款預估為 6 百萬元

(1) (2 分)

計算意外年度 2015 年賠款準備金之 Macaulay duration。

(2) (2 分)

若公司之管理階層希望你提出可以讓賠款準備金免於受利率變動之影響(interest rate immunization)，你會提出甚麼建議，請同時說明你的建議方案中有哪兩個限制。

【參考解答】

(1)

Ultimate Loss = 6,000,000		Discount Rate = 5%		
t	% of loss	Loss in the year	PV of Loss	t * PV of loss
1	35%	2,100,000	2,000,000	2,000,000
2	35%	2,100,000	1,904,762	3,809,524
3	20%	1,200,000	1,036,605	3,109,815
4	10%	600,000	493,621	1,974,486
Total		6,000,000	5,434,989	10,893,825
Duration = 10893825/5434989			2.00	

(2) 參考答案一：

Duration matching: 投資在資產總值約 6 百萬元，並且 Duration 約為 2 之資產。

限制一：只適用於利率變化較小的時候

限制二：須放棄投資報酬率較好之資產

參考答案二：

Cash flow matching: 投資不配息之債券，並且第一年支付 2.1 百萬元，第二年支付 2.1 百萬元，第三年支付 1.2 百萬元，第四年支付 0.6 百萬元，剛好可以滿足每年現金流出之需求以支付賠款。

限制一：只適用於利率或通貨膨脹率變化較小的時候

限制二：須放棄投資報酬率較好之資產

12. (6 分)

請根據以下 A 保險公司 2015 年之資訊回答下列問題：

以下數據以 surplus 為分母所計算之百分比

Expense and claim inflation = 3%

Increase in the demand for insurance = 4%

Increase in the aggregate reserves = 4%

Retained return on capital = 12%

Dividends to stockholders = 6%

Additional paid-in capital = 4%

同時提供以下 A 保險公司與保險產業之資訊

A 保險公司							
Market to Book		Earnings per share			P/E ratio	Return on book	Return on market
2014	2015	2013	2014	2015	2015	Book	Market
1.8	1.2	9.15	9.45	9.65	9	18%	13%

保險產業								
	Market to Book		Earnings per share			P/E ratio	Return on book	Return on market
	2014	2015	2013	2014	2015	2015	Book	Market
Top 25%	2.2	1.8	11.5	11.9	12.3	14	18%	11%
Bottom 25%	0.8	0.6	4.3	4.1	4.1	8	8%	12%

(1) (3 分)

請計算 A 保險公司之 Required rate of return

(2) (3 分)

請依據以上 A 保險公司與保險產業的四個財務指標討論 A 保險公司之表現

【參考解答】

(1) Required rate of return = Inflation + Increase in reserve + Increase in demand for insurance + Stockholder's dividend - Paid-in capital = 3% + 4% + 4% + 6% - 4% = 13%

(2) Market to book ratio: 公司財務指標，小於 2，但必須大於或接近 2 才能算是 good performer。

Earnings per share: 公司財務指標，逐年上升，並且較接近保險業中 top 25%。

P/E ratio: 投資人對公司之信心指標，較接近保險業中 bottom 25%。

Return on book 是衡量過去保險公司之表現但 Return on market 是衡量投資人的投資報酬率，A 保險公司之 Return on book 達到了保險業中 top 25%，但 Return on market 超過了保險業中 top 25%，表示投資人覺得 A 保險公司風險較高，因此要求較高之投資報酬率。

A 保險公司目前為 good performer，但投資人對 A 保險公司的未來沒有信心。

13. (5 分)

請根據以下保險公司最近一年之財務資料回答下列問題：

Tax rate on underwriting income = 30%

Target ROE = 18%

After-tax return on invested assets = 6%

Calendar-year earned premium = 200,000

Equity-to-premium ratio = 0.5

Surplus-to-premium ratio = 0.25

Permissible loss ratio = 60%

Average premium receivable = 30,000

Prepaid acquisition expense ratio = 30%

Unearned premium reserve = 60,000

Ratio of loss reserve to incurred loss = 60%

(1) (3 分)

請用 Calendar Year Return on Equity 法計算 Underwriting profit provision

(2) (1 分)

請分別描述 Calendar Year Return on Equity 法之一個優點和一個缺點

(3) (1 分)

請問(2)所提及之缺點有哪個其他方法可以解決

【參考解答】

(1) Surplus = 200,000*0.25 = 50,000

$$\begin{aligned} \text{Policyholder supplied fund \%} &= [\text{UEPR}/P*(1-\text{exp ratio}) - \text{Premium receivable}/\text{Premium}] \\ &+ \text{Permissible loss ratio} * \text{loss reserve}/ \text{Incurred loss} = [60/200*(1-30\%)-30/200] \\ &+ 60\% * 60\% = 0.42 \end{aligned}$$

$$\text{Policyholder supplied fund} = 200,000*0.42 = 84,000$$

$$\text{Investment income after tax} = (84,000+50,000)*6\% = 8,040$$

$$\text{Equity} = 0.5/0.25 * 50,000 = 100,000$$

$$\begin{aligned} \text{ROE} &= 18\% = (\text{Underwriting profit} + \text{Investment income})/\text{Equity} \\ &= [U*P*(1-t) + 8040]/100,000 = [U*200,000*(1-30\%) + 8040]/100,000 \end{aligned}$$

$$U (\text{underwriting profit provision}) = 7.1\%$$

(2) 優點：此方法算出來的 ROE 可以和其他產業計算出 GAAP ROE 做比較

計算所需數字容易從財報中取得

缺點：當損失快速增加/減少或準備金的適足性改變，將導致計算出的數字有偏差。

(3) Internal rate of return 法，不採用歷年制資料，因此不受業務快速成長或下降影響。

Present value offset 法或 Calendar year investment income offset 法，不需分配 surplus 或 capital

14. (4 分)

在保險產業中不同類型的參與者會採用不同的衡量方法來評估報酬率。

(1) (2 分)

請說明三種類型的保險產業參與者和他們衡量報酬率的主要目標。

(2) (2 分)

請說明哪三種不同的報酬率衡量指標可以分別滿足以上三種類型的保險產業參與者之目標。

【參考解答】

(1)保險公司 (insurer): 衡量獲利性, 決定哪個險種獲利較好, 是否需採行不同的核保政策。

投資者: 與其他投資進行比較, 以決定是否投入資金。

監理官: 確保費率具適足性、合理性、公平性。

經濟學家: 關心衡量市場是否有效率。

(2)Return on premium: 衡量保險合約或險種之獲利性。

Return on equity: 衡量投入的資金可以獲得的報酬率。

Return on sales: 是一個 markup 的概念, 可以在同個基準上衡量所有保險公司。

Return on asset: 衡量資產是否有效率的分配。

15. (4 分)

(1) (2分)

請說明為何不論是用 marginal variance 法或 marginal surplus 法計算風險負擔(risk load)時都無法滿足 renewal additive，也就是當個別續約計算出每個帳戶的風險負擔並加總後，並不等於將所有帳戶當成一個組合之風險負擔。(Describe why a risk load method is not renewal additive under marginal variance method and marginal surplus method. So it means the sum of the renewal risk loads calculated for each account does not equal the risk load calculated when the entire portfolio is treated as a single account)

(2) (2分)

請說明加了甚麼限制後，marginal variance 法和 marginal surplus 法將會滿足 renewal additivity 的條件，請以核保決策的意涵討論。

【參考解答】

(1) 在 marginal surplus 法下，個別帳戶的 renewal risk load 加總小於將所有帳戶當成一個組合之 risk load，因 sub-additivity of square root。

在 marginal variance 法下，個別帳戶的 renewal risk load 加總大於將所有帳戶當成一個組合之 risk load，因 double counting the covariance。

(2) 轉換到 build-up 法，核保人員必須先決定每個帳戶的順序，不同的順序將導致每個帳戶算出的 risk load 不同，也將影響每個帳戶的承保與否。

16. (6分)

某一產險公司險種的資本分配係模擬其各險種 4,000 次損失金額之結果

● 其風險衡量指標如下：

1. 99.9% CTE

2. 99.9% VaR

- 分別列出各險種損失金額最大的十筆資料，如下：

火災保險		汽車保險		傷害保險		合計	
排序	損失	排序	損失	排序	損失	排序	損失
1	1,000	1	10,000	1	1,500	1	11,500
2	985	2	9,000	2	1,000	2	9,000
3	980	3	8,800	3	975	3	9,500
4	925	4	7,900	4	950	4	8,700
5	850	5	4,000	5	940	5	7,000
6	650	6	2,000	6	750	6	2,400
7	500	7	1,000	7	675	7	1,190
8	498	8	950	8	600	8	1,185
9	490	9	900	9	500	9	1,165
10	485	10	800	10	450	10	1,150

(1)(3分)

請依據兩種風險衡量指標，計算其各險種資本分配比例

(2)(3分)

若該公司較關注於當發生極端事件時是否有足夠資本，請評估上述兩種風險衡量指標何者較適宜。

【參考解答】：

A. $(100\% - 99.9\%) \times 4,000 = 4$

CTE 資本分配%

火災保險	973	8.84%
汽車保險	8,925	81.11%
傷害保險	1,106	10.05%
合 計	11,004	100.00%

973=average(1000, 985, 980, 925)

8,925=average(10000, 9000, 8800, 7900)

1,106=average(1500, 1000, 975, 950)

	VaR	資本分配%
火災保險	850	14.68%
汽車保險	4,000	69.08%
傷害保險	940	16.23%
合 計	5,790	100.00%

B. VaR 其係使用單點機率定義極端事件之最大可能損失而 CTE 係反應超過極端事件之平均損失金額。故 CTE 風險衡量指標較能符合該公司之需求。

17. (6 分)

某一產險公司資訊如下：

- 該公司 2015 年底資產價值服從均勻分配(Uniformly distribution)從 15,000 仟元至 25,000 仟元

- 該公司 2015 年的已發生賠款分佈如下：

已發生賠款(仟元)	機率
10,000	0.30
15,000	0.55
25,000	0.15

- 資產價值和已發生賠款之間相互獨立
- 該公司沒有其他費用支出及投資收益
- 不考量折現因素

請依據 Butsic “Solvency Measurement for Property-Liability Risk-Based Capital Applications” 評估需額外增加多少資產，使保單持有人不足額期望值 expected policyholder deficit (EPD) 對期望損失的比例維持在 3%。

【參考解答】：

$$\text{期望損失} = 10,000 \times 0.30 + 15,000 \times 0.55 + 25,000 \times 0.15 = 15,000$$

$$\text{EPD} = 15,000 \times 3\% = 450$$

假設增加額外資產 A

$$\begin{aligned} \text{損失超過資產的機率} &= (25,000 - (15,000 + A)) / (25,000 - 15,000) \\ &= (10,000 - A) / 10,000 \end{aligned}$$

$$\text{平均不足額金額} = (25,000 - (15,000 + A)) / 2 = (10,000 - A) / 2$$

$$\text{EPD} = 450 = 0.15 \times [(10,000 - A) / 10,000] \times [(10,000 - A) / 2]$$

$$\Rightarrow 10,000 - A = 7,746$$

$$\Rightarrow A = 2,254 (\text{仟元})$$

18. (5 分)

小明住在台北市，目前租在中正區的舊公寓中，他跟他的財務顧問討論投資相關內容如下：

- 我上網收集資料研究房市未來 5 年狀況，認為目前是買房的最佳時機。
- 我不想賣掉我投資組合的任何低於成本價的債券。
- 我不會賣掉我公司的股票，因為我了解公司並相信公司會來有好的前景。

針對上述內容從行為財務學的觀點，分析小明如何做投資決策。

【參考解答】

a. 知識的錯覺：小明認為他是一個專家，可單獨做出，對房地產市場進行準確的預測。因為他已經上網研究了的房屋市場數據。他可能有機會獲得大量的房地產相關資訊，但他可能不知道如何分析這些資料，也沒有將其應用到投資提案的能力。

過度自信：過度自信使我們曲解我們的資訊和我們在分析 IT 技術的準確性。小明一直認為他蒐集網路上的資訊，而不試圖驗證或諮詢其他來源的準確性。

b. 參考點：小明的參考點為他對債券的立場是購買價格，他不會賠錢賣出。此固定參考點，隨後等待安全出售之價格出現。

c. 熟悉：小明根據他與公司的熟悉程度為評估根據，而不是採行良好的投資分析和投資組合的原則來持有公司的股票。他是公司現有員工，因為這種熟悉，可以有自己的公司的感知歪曲，假設一個“好公司”也將是一個很好的投資。非理性投資者認為與他們所熟悉會產生更高的回報，比非熟悉的投資者風險更小。

代表性：小明是混淆他的公司與公司的股票和其未來表現。這可能會導致員工的增持自己公司的股票，從而持有在多元化的投資組合

19. (5 分)

GA 資產管理公司是以被動式管理資產著名，該公司的高層一直以資本資產定價模型(CAPM)為其核心技術。而公司要求分析師小陳使用套利定價理論(APT)模型來分析。小陳認為利用 GDP 和通貨膨脹率雙因子模型 APT 就已足夠了。經過小陳長期研究所得，GDP 的因子風險溢價為 8%，而通貨膨脹率因子風險溢價為 2%。他估計 GA 旗下的高成長基金對 GDP 與通貨膨脹率兩因子的

敏感性分別為 1.25 和 1.5。小陳用 APT 模型計算出高成長基金的預期收益，也用基本面分析計算高成長基金的預期收益，小陳認為高成長基金的預期收益率的兩個估計應是相等的。

另一小李在做 GA 大型股基金的基本分析研究員，小李預估 GA 大型股基金的預期報酬率為 8.5%，而小陳又計算 GA 大型股基金對 GDP 與通貨膨脹率兩因子的敏感性分別為 0.75 和 1.25。

GA 高層要求小陳利用 GA 公司旗下的基金去組合成一支新的基金，這支基金對 GDP 僅有 1 的單一敏感度，但不會受通貨膨脹的影響。小陳在高成長基金和大型股基金的 APT 估計已有信心。然後，他又找了第三個基金，GA 的公用事業基金，其對 GDP 與通貨膨脹的敏感性分別等於 1.0 和 2.0。小陳利用 APT 的理論，透過投資這高成長基金、大型股基金與公用事業基金三支基金不同的投資組合，完成全新投資組合的任務(僅對 GDP 產生單位敏感度對通貨膨脹不敏感)。小陳稱該基金為 GDP 基金。GA 高層說，這樣的 GDP 基金將是一項對退休人員很好的投資標的使投資人有穩定收入。

(1) (1 分)

根據 APT 理論，如果無風險利率為 4%，那 GA 的高成長基金的預期收益率為何？

(2) (1 分)

對於小陳的 APT 模型估計大型股基金預期報酬率是否有套利機會？

(3) (3 分)

請計算 GDP 基金旗下對高成長基金、大型股基金與公用事業基金三支基金的投資組合為何？

【參考解答】

a. $1.25 \times 8\% + 1.5 \times 2\% + 4\% = 17\%$

b. $0.75 \times 8\% + 1.25 \times 2\% + 4\% = 12.50\% > 8.5\%$ 股價低估

c.
$$\begin{cases} 1.25H + 0.75L + (1 - H - L) * 1 = 1 \\ 1.50H + 1.25L + (1 - H - L) * 2 = 0 \end{cases}$$

$$H = L = 1.6$$

$$1 - H - L = -2.2$$

20. (4 分)

有一面額 1,000 仟元的零息債券及給定下列資訊：

單位：仟元

年期	銷售價格
1 年	952.38
2 年	902.73
3 年	845.55
4 年	805.33

年度	遠期利率
第 1 年	5.00%
第 2 年	5.50%
第 3 年	5.75%
第 4 年	6.00%

採年複利計算，請評估套利的策略並計算其利潤。

【參考解答】：

年期	預期價值
1 年	952.38 = $1000/1.05$
2 年	902.73 = $1000/1.05/1.055$
3 年	853.65 = $1000/1.05/1.055/1.0575$
4 年	805.33 = $1000/1.05/1.055/1.0575/1.06$

三年到期的債券銷售價格低於預期價值，故會由資本市場借 845.55 仟元，購買三年期面額 1,000 仟元的零息債券，三年後可取得該零息債券面額 1,000 仟元，並償還由資本市場所借資金的本利和為 990.52 仟元 ($=845.55 \times 1.05 \times 1.055 \times 1.0575$)，並獲得利潤 9.48 仟元 ($=1,000 - 990.52$)。