C3 財務工程

選擇題 30 題(第 1-20 題，每題 3 分 ； 第 21-30 題，每題 4 分):

1. (4) 一歐式選擇權履約價 40，6 個月後到期，若現在標的物價格為 41，買權價格 3.91，求相同條件下的賣權價格，假設連續複利的無風險利率為 2%。

   (1) 2.1179 (2) 5.3080 (3) 3.3120 (4) 2.5120

2. (2) 某歐式股票買權履約價 95，距離到期日 0.25 年，股票報酬年波動率 0.5，假設目前股價 100，連續複利的無風險利率 0.02，不考慮現金股利，請問根據 Black-Scholes 模型計算，其價格應該為多少?

   (1) $C < 12$ (2) $12 < C < 13$ (3) $13 < C < 14$ (4) $14 < C$

3. (3) 假設股價為 S，在很小的時間 Δt，股價變動的期望值為 $\mu S\Delta t$，標準差為 $\sigma S\sqrt{\Delta t}$，其中 μ 為預期報酬率，σ 是股票報酬年波動率，T 為一段時間，根據 Black-Scholes 模型的假設，則:
   a. $\ln S_T$ 為常態分配，期望值 $\ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)T$，標準差 $\sigma\sqrt{T}$。
   b. $\ln S_T$ 為對數常態分配，期望值 $\ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)T$，標準差 $\sigma\sqrt{T}$。
   c. $S_0 e^{\mu T}$ 為 S_T 的期望值。
   d. 在非常短期間 Δt，股價報酬率的算術平均值為 $\mu\Delta t$。
   以上四項有幾項正確？

   (1) 有 1 項正確 (2) 有 2 項正確 (3) 有 3 項正確 (4) 有 4 項正確

4. (3) 利用 Itô s lemma 求得 $\int_0^T W_t dW_t = x{W_t}^y + z$，其中$W_t$是 Brownian motion。則

   (1) $x = \frac{1}{2},\ y = 2,\ z = \frac{1}{2}T$ (2) $x = 2,\ y = \frac{1}{2},\ z = \frac{1}{2}T$

   (3) $x = \frac{1}{2},\ y = 2,\ z = -\frac{1}{2}T$ (4) $x = 2,\ y = \frac{1}{2},\ z = -\frac{1}{2}T$

5. (1) 設股價的隨機過程為 $S_t = \mu S_t\, dt + \sigma S_t\, dW_t$，其中 W_t 是布朗運動，若該遠期契約的價格為 $f(S,t) = S - Ke^{-r(T-t)}$，則該遠期契約的價格隨機過程

$$df(S,t) = a(S,t)\, dt + b(S,t)\, dW_t \ .$$

(1) $a(S,t) = \mu S - rKe^{-r(T-t)}, \quad b(S,t) = \sigma S.$

(2) $a(S,t) = \mu S - Ke^{-r(T-t)}, \quad b(S,t) = \sigma.$

(3) $a(S,t) = \mu S - rKe^{-r(T-t)} - \frac{1}{2}\sigma^2, \quad b(S,t) = \sigma S.$

(4) 以上皆不完全正確

6. (2) 設一美式股票賣權，股票現在價格為 50，有效期間為 2 年，履約價格為 52 元，連續複利的無風險利率為 2%，且股價於每一年期不是上漲 25%就是下跌 25%，如果使用一個兩期之二項式訂價模型加以計算，則其價格 P 範圍應為多少?

(1) $P < 7$ (2) $7 < P < 8$ (3) $8 < P < 9$ (4) $9 < P$

7. (3) 關於 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 二種利率模型，下列敘述何者為真？
a. 二模型參數個數相同
b. 二模型皆描述利率迴歸長期平均的特性

(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤

8. (1) 關於 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 二種利率模型，下列敘述何者為真？
a. 二模型利率的期望值相同
b. 當時間趨近無窮大時，二模型利率的變異數相同

(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤

9. (1) 關於零息債券定價，考慮 Vasicek 模型，下列敘述何者為真？
a. 給定模型參數後，利率期間結構曲線則內生決定
b. 利率期間結構曲線必為單調遞增或遞減函數

(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤

10. (3) 關於 Black-Derman-Toy 模型，下列敘述何者為真？
a. 此模型假設短期利率為常態分配
b. 此模型配適市場到期殖利率
c. 此模型配適市場到期殖利率的波動率

(1) a, b　(2) a, c　(3) b, c　(4) a, b, c

11. (2) 根據 Black-Derman-Toy 模型建構的二項樹，假設現在的實質年利率(effective annual spot rates)為 $r_0(0,1) = 2\%$ 和 $r_0(0,2) = 2.5\%$，殖利率波動度為 10%，則第二年的利率(r_d 和 r_u)分別為多少？

(1) 1.4% 與 1.7%　(2) 2.7% 與 3.3%　(3) 3.0% 與 3.6%　(4) 1.7% 與 3.6%

12. (4) 從均勻分配 U(0,1) 抽 12 個隨機亂數來模擬一個 $\mu = 1$ 且 $\sigma = 0.1$ 的對數常態分配，這些均勻分配的抽樣值加總為 8。這個對數常態分配的值為何？

(1) 1.0　(2) 1.2　(3) 2.7　(4) 3.3

13. (2) 從均勻分配 U(0,1) 抽 24 個隨機亂數來模擬一個 $\mu = 0.5$ 且 $\sigma = 0.2$ 的常態分配，這些均勻分配的抽樣值加總為 10。這個常態分配的值為何？

(1) 0.1　(2) 0.3　(3) 1.1　(4) 1.3

14. (3) 假設第 T 年之股票價格 S_T 為對數常態分配，期初股價 S_0 為 100，股票預期投資報酬率為 10% (連續計息)，波動率為 0.2，連續複利之無風險利率為 2%，無股利發放。使用 Monte Carlo 法模擬一年後的股價，假設抽五個標準常態隨機數值為 -1.2、-0.5、0.1、0.4、0.2，求 S_T 模擬的平均數值。

(1) 96.7　(2) 102.7　(3) 104.8　(4) 106.9

15. (2) 使用 Monte Carlo 模擬選擇權價格時，下列敘述何者為真？
a. 每次抽取 U(0,1)均勻隨機變數 x_i 時，同時抽取 $-x_i$，可降低模擬的變異
b. 每次抽取 N(0,1)常態隨機變數 x_i 時，同時抽取 $-x_i$，可降低模擬的變異

(1) a　(2) b　(3) a, b　(4) 二者皆錯誤

16. (2) 假設隨機變數 X 遵循 U(0,1) 均勻分配。使用 Monte Carlo 模擬，每次抽取 U(0,1) 均勻隨機變數 x_i 時，同時計算 $y_i = 1/(1+x_i)$ 與 $z_i = (1+x_i)$ 的值。抽取 N 個隨機亂數後，y_i 的平均數為 0.64、變異數為 0.015，z_i 的平均數則為 1.58、變異數為 0.05，且 y_i 與 z_i 的共變異數為 -0.025。根據控制變異法(control variates method)，隨機變數 $1/(1+X)$ 的期望值估計值為何？

(1) 0.66 (2) 0.68 (3) 0.70 (4) 0.72

17. (2) 承上題，Monte Carlo 模擬變異降低多少百分比？

(1) 67% (2) 83% (3) 91% (4) 97%

18. (3) 設一歐式股票賣權，股票現在價格為 40，有效期間為 2 年，履約價格為 42 元，連續複利之無風險利率為 2%，且股價於每一年不是上漲 20%就是下跌 20%，如果使用一個兩期之二項式訂價模型加以計算，則其價格 p 應在哪個範圍?

(1) $P < 3$ (2) $3 < P < 4$ (3) $4 < P < 5$ (4) $5 < P$

19. (2) 下列**<u>何者敘述有誤</u>**：

(1) 相同條件的歐式買賣權的 gamma 值相同
(2) 選擇權當價平時，vega 值最小
(3) rho 值用來表示選擇權價格相對於無風險利率變動的敏感度
(4) 選擇權的 gamma 值用來衡量每單位股價變動，導致 Delta 變動的幅度

20. (4) 若股價為 100，買權價格為 5，Delta = 0.5，則此時買權彈性(call elasticity)為：

(1) 1 (2) 0.1 (3) 5 (4) 10

21. (4) 若存在一個 Delta 中立的投資組合，若投資組合的 Gamma 值為 -2，如果資產在短時間內發生 ± 5 的變化，則投資組合的價值變化為：

(1) 上漲 5 (2) 上漲 25 (3) 下跌 5 (4) 下跌 25

22. (2) 標的物、履約價格和到期期限都相同的一般買權和亞式買權兩者之關係為何？

(1) 一般買權價格 = 亞式買權價格
(2) 一般買權價格 > 亞式買權價格
(3) 一般買權價格 < 亞式買權價格
(4) 不一定

23. (1) 下列哪些敘述正確：
A. 亞式選擇權(Asian options)的 delta 避險較一般選擇權容易
B. 一般的歐式買權等於一個下跌-敲出(down-and-out)歐式買權和一個下跌敲進(down-and-in) 歐式買權的組合
C. 當下跌-敲出(down-and-out)賣權之障礙高於履約價格時，其選擇權的價值為零
D. 當標的物價格接近障礙選擇權所設定的障礙時，更易於操作 delta 避險

(1) A、B、C (2) A、C (3) B、D (4) A、C、D

24. (1) 某人出售台塑買權(標的證券為股票 2,000 股) 5 張，若 Delta 為 0.5，若要規避 Delta 風險，則須買入多少張中華電股票？

(1) 5 (2) 10 (3) 15 (4) 20

25. (2) 一般狀態下，下列**何者敘述為非**：

(1) 挑選者選擇權(chooser options)適合用來規避重大的事件
(2) 障礙選擇權(barrier options)較標準選擇權貴
(3) 亞洲式買權(Asian options)價格較標準買權便宜
(4) 複合選擇權(compound options)對於波動的敏感度較標準選擇權高

26. (2) 假設台指 9500 買權的權利金為 100，若此買權的 delta 值為 0.5，若指數下跌至 9450 點，則台指 9500 買權的權利金報價約為何？

(1) 50 (2) 75 (3) 125 (4) 150

27. (3) 有一投資組合為 Delta 中立，其 Gamma 值為 -200，假設存在某一買權的 Delta 值和 Gamma 值分別為 0.5 和 2，若希望投資組合可以同時維持 Delta 中立和 Gamma 中立，可選擇以下何者交易策略？

(1) 買進該買權 50 個、賣出 100 個標的資產
(2) 買進該買權 100 個、賣出 200 個標的資產
(3) 買進該買權 100 個、賣出 50 個標的資產
(4) 買進該買權 200 個、賣出 100 個標的資產

28. (1) 若欲透過台股指數期貨（F）對台股指數現貨（S）進行避險，在極小化避險投資組合的變異數下，其最適避險比率為何？

(1) 現貨和期貨的共變異數/期貨變異數
(2) 現貨標準差/期貨標準差
(3) 現貨報酬/期貨報酬
(4) 現貨和期貨的共變異數/現貨變異數

29. (4) 在風險中立的世界下，若存在一個無股利發放之現金或沒有的賣權(cash-or-nothing put)契約，若三個月（T）後股價小於約定價格，則該賣權持有人可有 A 的收益，假設無風險利率為 r，則此賣權價值為何？

(1) $Ae^{-rT}N(d_1)$ (2) $Ae^{-rT}N(-d_1)$ (3) $Ae^{-rT}N(d_2)$ (4) $Ae^{-rT}N(-d_2)$

30. (3) 下列<u>**何者有誤**</u>：

(1) 美式賣權在標的物即將有大量現金股利發放時，可能會提前履約
(2) 選擇權之時間價值在價平時遞減的速度較價內時快
(3) 若標的資產在選擇權到期日前不會發放股利，歐式買權價格小於美式買權價格
(4) 利率下降不會造成美式賣權提前履約

（試題結束）