

G1 基礎費率釐訂與準備金

計算及申論題共計 21 題：

1. (5 分)

已知下列為某一產險公司某一商品相關資訊：

單位：仟元

意外年度	滿期保費	最終賠款
2013	1,700	1,000
2014	1,800	1,100
2015	2,000	1,200
2016	2,000	1,300

- 費率水準調整生效日為 2013 年 10 月 1 日，調整幅度為+8%。
- 對 2013 年 4 月 1 日以後簽單之保單，賠款給付水準調整(benefit level change)+10%。
- 對 2014 年 1 月 1 日以後意外發生之保單，賠款給付水準調整-3%。
- 年損失成本趨勢值為+5%。
- 全部保單均為一年期，且假設該公司所簽保單分佈為均勻分佈於一整年。
- 預期新修訂費率將於 2017 年 7 月 1 日生效。

(1)(4 分)

請計算意外年度 2014 年現行費率水準損失率(On-level loss ratio)。

(2)(1 分)

於實務上，賠款給付水準調整通常是受何影響？(請舉出兩種影響)

【參考解答】

(1)

單位：仟元		
意外年度	滿期保費	最終賠款
2013	1,700	1,000
2014	1,800	1,100
2015	2,000	1,200
2016	2,000	1,300

費率調整	8%	(10/01/2013)	
賠款給付水準調整(第一次)	10%	(04/01/2013)	時間後已簽保單
賠款給付水準調整(第二次)	-3%	(01/01/2014)	時間後意外發生
賠款趨勢	5%		
賠款趨勢期間	4.00		

現有費率水準= 1.08

On-level rate level factor for 2014

=1.08/(1*0.75*0.75*0.5+1.08*(1-0.75*0.75*0.5))= 1.0213

On-level EP for 2014=1,800*1.0213= 1,838.34

現有賠款給付水準=(1+10%)*(1-3%)= 1.067

On-level factor for loss in 2014=

=1.067/((0.25*0.25*0.5*0.97)+(1-0.25*0.25*0.5)*1.067) 1.0028

趨勢化最終賠款=1,100*1.0028*1.05⁴ 1,340.80

On-level Loss Ratio=1,340.80/1,838.34 72.94%

(2) 受法律變更或法院裁決的影響。

2. (4 分)

一被保險人擁有 A 保險人 2011 年到 2013 年索賠制保單(claims-made policy)，該被保險人後來將保單移轉到 B 保險人，並改簽 2014 年到 2016 年已發生制保單(occurrence policy)，下列為其理賠資訊：

單位：元

出險日	報案日	賠款金額
2009年7月1日	2012年10月1日	6,000
2010年8月1日	2011年11月1日	2,000
2011年1月1日	2013年3月1日	5,000
2011年4月1日	2011年5月1日	3,000
2012年6月1日	2012年12月1日	4,000
2013年3月1日	2015年2月1日	5,000
2013年4月1日	2014年6月1日	8,000
2014年4月1日	2014年8月1日	2,000
2014年6月1日	2015年7月1日	6,000
2015年9月1日	2016年10月1日	7,000
2016年5月1日	2016年12月1日	4,000

- 保單均為每年 1 月 1 日生效。
- 全部保單均為一年期。

(1) (2 分)

您並不知道該被保險人所購買 A 保險人之保單是否有追溯期間或延長報案期間，故請就下列表格情況一至情況四分別計算 A 保險人及 B 保險人應付多少賠款？

假設被保險人所購買 A保險人之保單承保情況		索賠制保單 (claim-made policy)	已發生制保單 (Occurrence policy)
		2011年-2013年	2014年-2016年
		保險人A	保險人B
情況一	無追溯期間；無延長報案期間		
情況二	無追溯期間；有延長報案期間1年		
情況三	有追溯期間1年；無延長報案期間		
情況四	有追溯期間1年；有延長報案期間1年		

(2) (2 分)

請簡單討論兩個原因，為什麼已發生制保單最終賠款較索賠制保單最終賠款變異性較大。

【參考解答】

(1)

假設被保險人所購買 A保險人之保單承保情況		索賠制保單 (claim-made policy)	已發生制保單 (Occurrence policy)
		2011年-2013年	2014年-2016年
		保險人A	保險人B
情況一	無追溯期間；無延長報案期間	12,000	19,000
情況二	無追溯期間；有延長報案期間1年	20,000	19,000
情況三	有追溯期間1年；無延長報案期間	14,000	19,000
情況四	有追溯期間1年；有延長報案期間1年	22,000	19,000

(2)

- 當報案模型有突然的改變，索賠制影響較已發生影響較小。
- 當有未預期損失趨勢改變，索賠制影響較小且與其原先預估趨勢較無顯著不同。
- 已發生制保單有 Pure IBNR，所以有報案延遲(report lag)的狀況，以允許賠案未來發展。

3. (7 分)

已知下列火災保險費率釐訂所需資訊：

曆年/意外年	滿期曝露數 (Earned Exposures, EE)	保險金額 (Amount of Insurance Years, AIY) (仟元)	非巨災資料	
			趨勢化至2015年之 最終損失頻率 (Indicated Ultimate Frequency Trended to 2015)	趨勢化至2015年之 最終損失幅度 (Indicated Ultimate Loss & ALAE Severity Trended to 2015)
2009	914,600	230,400	3.88%	13,585
2010	928,300	240,800	3.60%	13,855
2011	942,200	251,600	3.45%	12,750
2012	956,300	262,900	2.50%	14,200
2013	970,600	274,700	2.80%	12,905
2014	985,200	287,100	2.60%	13,850
2015	1,250,000	320,000	2.40%	12,850

- 全部保單均為一年期。
- 新費率將於 2017 年 7 月 1 日生效，且預期一年有效。
- 預期平均保費(Projected average rate)為 980。
- 年度損失頻率趨勢值為 5%。
- 年度損失幅度趨勢值為 3%。
- 年度 AIY/EE 比率之趨勢值為 8%。
- 25 年非模型化平均巨災損失(含 ALAE)佔 AIY 比率=0.1。
- 預期模型化平均巨災損失(含 ALAE)=72.05。
- 變動費用率=25%。
- 固定費用=100。
- 核保利潤率=10%。
- ULAE 準備金為損失(含 ALAE)之 8%。(8% of Loss & ALAE)

(1) (4 分)

請使用 frequency-severity technique，計算意外年度 2014 年及 2015 年最終非巨災損失(含 ALAE)。

(2) (3 分)

使用上述(1)之結果，以純保費法計算費率可調整幅度(indicated rate change)。

【參考解答】

		頻率 to 2015(F)	幅度 to 2015(S)
	全部算術平均	3.03%	13,428
	最近四年平均	2.58%	
	最近三年平均	2.60%	
(1)	選擇	2.58%	13,428
(2)	趨勢值	5.00%	3.00%

	(3)	(4)	(5)	(6) =(3)*(4)*(5)
曆年/意外年	EE	頻率	幅度	最終賠款&理賠費用
2014	985,200	2.45%	13,037.00	314,679,284
2015	1,250,000	2.58%	13,428.00	432,213,750

	(7)	(8) =(4)*(5)*((1+(2) F)*(1+(2)S)^(7))
曆年/意外年	趨勢期間	非巨災純保費(平均Loss&ALAE)
2014	4	436.97
2015	3	437.39
平均		437.18

(9)	ULAE(% ofLoss&ALAE)	8%
(10)	預期模型化巨災損失&ALAE	72.05
(11)	非模型化巨災損失&ALAE對AIY比率	0.1
(12)	年AIY/EE比率之趨勢	8%
(13)	核保利潤率	10%
(14)	固定費用	100
(15)	變動費用率	25%
(16)	預期平均保費	980
(17)	非模型化巨災平均純保費 =(AIY/EE*(1+(12)^(7))*(11))	32.25
(18)	合計平均純保費 =((8)+(17))*(1+(9))+(10)	579.03
(19)	合計平均保費 =((18)+(14))/(1-(13)-(15))	1,044.67
(20)	平均費率可調整幅度 =(19)/(16)-1	6.60%

4. (5 分)

已知下列為某一保險公司資訊：

地區	保險費	最終損失率
A	38,000,000	75%
B	65,000,000	55%
C	27,500,000	80%

- 該公司設定目標損失率為 62%。
- 假設全部費用均為變動費用。
- 假設當地產險公會自律規定，於每一地區每次費率調整上限為 $\pm 15\%$ 。

(1) (2 分)

依當地產險公會自律規定，請使用損失率法計算各地區費率調整幅度。

(2) (3 分)

假如公司決定採用不同的目標損失率 57%，因仍有產險公會自律的規定，會產生什麼樣的狀況？請問您會採取什麼樣的措施或方法，以達到公司目標損失率？

【參考解答】

(1)

地區	保險費	最終損失率	目標損失率
A	38,000,000	75%	62%
B	65,000,000	55%	62%
C	27,500,000	80%	62%
合計	130,500,000	66%	62%

15%				
地區	最終賠款	調整幅度	限制調整幅度	限制後預期賠款
A	28,500,000	20.97%	15.00%	43,700,000
B	35,750,000	-11.29%	-1.86%	63,787,903
C	22,000,000	29.03%	15.00%	31,625,000
合計	86,250,000	6.60%	6.60%	139,112,903

為達到 62%目標損失率，A、C 地區需調整+15%，B 地區調整-1.86%，以達到整體 +6.6%調整幅度。

(2)

地區	保險費	最終損失率	目標損失率
A	38,000,000	75%	57%
B	65,000,000	55%	57%
C	27,500,000	80%	57%
合計	130,500,000	66%	57%

15%				
地區	最終賠款	調整幅度	限制調整幅度	限制後預期賠款
A	28,500,000	31.58%	15.00%	43,700,000
B	35,750,000	-3.51%	16.91%	75,990,789
C	22,000,000	40.35%	15.00%	31,625,000
合計	86,250,000	15.95%	15.95%	151,315,789
上述地區B無法達到平衡效果				

為達到 57%目標損失率，整體需調整 15.96%，已超過 15%上限，已無法達到平衡效果。

所以要採用其他措施或方法以降低損失率，如調整業務結構、提出損失抑制措施、減少承保範圍、改變業務配置、減少核保費用等。

5. (5 分)

一位精算部同仁已完成該年度費率檢測作業，下列是某一險種的工作底稿，您是他的主管，請問在繳交財團法人保險事業發展中心前，您會建議您的同事改善這份工作底稿的分析？請列出五個可改善的項目並簡略說明每一項目之目的。

曆年/意外年	純保費	已付賠款 (不含巨災)	巨災賠款	純保費損失率	費率可調整幅度
	(1)	(2)	(3)	(4)=(2)/(1)	(5)=(4)-1
2014	1,567,800	1,356,100	2,002,000	86.50%	-13.50%
2015	1,350,000	1,250,000	-	92.59%	-7.41%
2016	1,425,600	1,456,222	-	102.15%	2.15%
合計	4,343,400	4,062,322	2,002,000	93.53%	-6.47%

結論： 擬建議調降6.47%

【參考解答】

- (1) 建議以 on-level 滿期純保費代替純保費。意外年度純保費損失率考量滿期純保費較純保費，賠款和保費配合度較高，另考量現行費率水準，將可避免忽略了過去費率調整的影響。
- (2) 已付賠款建議另考量未付賠款及理賠費用。假如損失頻率或損失幅度在過去或現在有所改變，考量未付賠款及理賠費用，將產生較好的預測。
- (3) 建議考量損失發展到最終。因為計算未來費率，不僅需已報的資料，且要考量已報未付賠款未來的發展及未報賠款，使得賠款有較好的預估。
- (4) 應考量損失頻率或幅度的趨勢。因為所使用的資料均為過去歷史資料，而新費率是未來期間使用。
- (5) 需加計 ULAE。費率評估必須考量所有可能的成本。
- (6) 應考量巨災賠款。巨災賠款亦為損失的一環，應評估其發生頻率及幅度，作適當的調整後，平均攤於各年度，避免有低估的情形。
- (7) 年度可考量較多年度，如 5 年。有巨災損失的商品，採用三年資料可能不足反應其損失情形及趨勢。

6. (3 分)

給定下列資訊：

保單限額 損失金額	限額 10,000 的保單	限額 25,000 的保單	限額 50,000 的保單	限額 100,000 的保單
0- 10,000	500,000	300,000	750,000	200,000
10,000- 25,000		50,000	300,000	150,000
25,000- 50,000			100,000	30,000
50,000-100,000				15,000

假設基本保額為 10,000，請計算限額 50,000 的高保額係數。

【參考解答】

$$(50,000+300,000+150,000)/(300,000+750,000+200,000) = 0.4$$

$$(100,000+30,000)/(750,000+200,000) \doteq 0.1368$$

$$\text{限額 50,000 之 ILF} = 1+0.4+0.1368 = 1.5368$$

7. (3 分)

某保險公司與其競爭公司在大型商業保單的訂價上，某保險公司於費率結構上有著較多的費率因子(與競爭公司相較)，假設以下資訊：

- 該大型商業保單之客戶，保單詢價能力強
- 該大型商業保單之客戶，風險高低比重為均勻分佈
- 某保險公司與其競爭公司，其該大型商業保單之基礎費率相同

請問：

(1) (1.5 分)

某保險公司與其競爭公司之該大型商業保單，哪家公司的損失率應較高？請說明您的理由。

(2) (1.5 分)

假設政府立法禁止該大型商業保單較多費率因子的使用，請問某保險公司的核保主管應如何作為？該作為稱為何種現象？

【參考解答】

- (1) 競爭公司損失率應較高。理由為「逆選擇」(Adverse Selection)，風險高的客戶，會選擇該競爭公司投保，因其費率較低(某保險公司之費率因子較多，該客戶理論上費率會較高)，另一方面，風險低的客戶，會選擇某保險公司投保，因其費率因子較多，該客戶理論上費率會較低；綜合以上，競爭公司損失率應較高。
- (2) 雖然禁止較多費率因子的使用，公司仍可利用該費率因子區分客戶之風險高低，進而挑選風險低的客戶承保之；此作為稱為「刮奶油現象」(skimming the cream)。

8. (6 分)

某保險商品資料如下，某保險公司考慮以下列資訊修訂其類別差比：

類別	暴露數	趨勢化最終賠款	現行類別差比
一	30,000	3,000,000	1.10
二	50,000	4,000,000	1.00
三	25,000	1,500,000	0.85

- 基礎類別（base class）不變
- 各類別中暴露數為 homogeneous
- 可信度方法採平方根法，完全可信度之暴露數為 45,000
- 可信度補數使用標準化後現行類別差比

請問：

(1) (4 分)

請使用純保費法（pure premium approach）計算可信度加權之各類別差比。

(2) (2 分)

按類別計算其費率變動百分比，其中假設採用 Indicated 類別差比，以及整體費率不變。

【參考解答】

(1)

類別	純保費	可信度	Indicated 類別差比	標準化後 現行類別差比	可信度加權 後類別差比	標準化 可信度加權 後類別差比
一	100	0.816	1.235	1.108	1.212	1.227
二	80	1	0.988	1.007	0.988	1
三	60	0.745	0.741	0.856	0.770	0.779
合計	80.95			0.993		

以類別一為例：

$$\text{純保費} = 3,000,000/30,000 = 100$$

$$(\text{合計純保費} = 8,500,000/105,000 \div 80.95)$$

$$\text{可信度} = (30,000/45,000)^{0.5} \div 0.816$$

$$\text{Indicated 類別差比} = 100/80.95 \div 1.235$$

$$(\text{加權現行類別差比} = (30,000 \times 1.1 + 50,000 \times 1 + 25,000 \times 0.85)/105,000 \div 0.993)$$

$$\text{標準化後現行類別差比} = 1.1/0.993 \div 1.108$$

$$\text{可信度加權後類別差比} = 1.235 \times 0.816 + 1.108 \times (1 - 0.816) \div 1.212$$

$$\text{標準化可信度加權後類別差比} = 1.212/0.988 \div 1.227$$

(2)

類別	類別差比 變動%	offset factor	offset 後 類別差比 變動%
一	11.5%	0.99	10.4%
二	0.0%	0.99	(-1.0%)
三	(-8.4%)	0.99	(-9.3%)

以類別一為例：

$$\text{類別差比變動\%} = 1.227/1.1 - 1 = 11.5\%$$

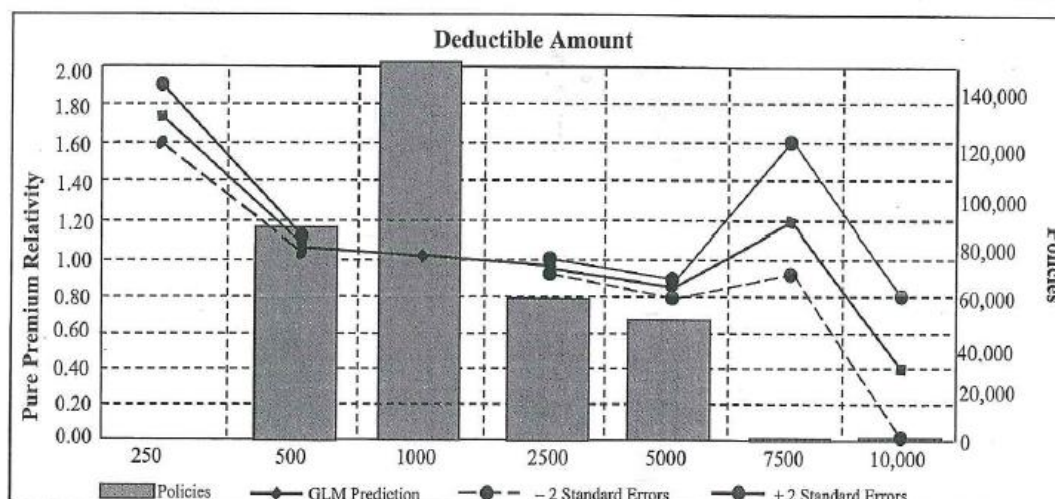
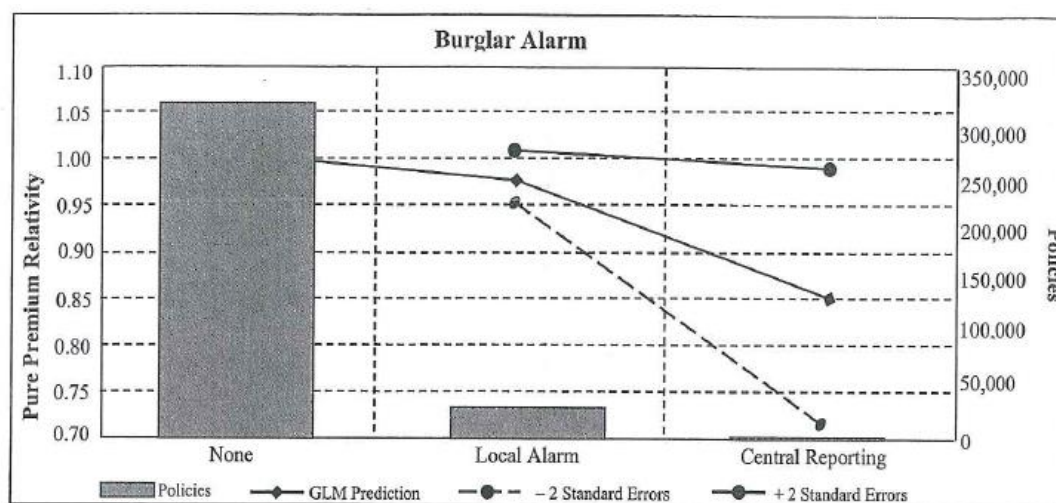
$$\text{加權之類別差比變動\%} = (30,000 \times 11.5\% + 50,000 \times 0\% + 25,000 \times (-8.4\%))/105,000 \div 1.0\%$$

$$\text{offset factor} = 1/(1 + 1.0\%) \div 0.99$$

$$\text{offset 後類別差比變動\%} = (1 + 11.5\%) \times 0.99 - 1 \div 10.4\%$$

9. (3 分)

某保險公司計劃要修訂住宅火險現行「保全系統」(Burglar alarm)及「自負額」(Deductible)兩費率因子之係數，下列資訊（圖形）為採用 GLM 模型之產出：



Burglar Alarm	GLM Prediction	-2 Standard Errors	+2 Standard Errors	Policies
None	1.00			320,000
Local alarm	.98	.95	1.01	27,500
Central reporting	.86	.73	.99	2,500

Deductible	GLM Prediction	-2 Standard Errors	+2 Standard Errors	Policies
\$250	1.75	1.60	1.90	2,700
\$500	1.10	1.05	1.15	87,000
\$1,000	1.00			150,000
\$2,500	.95	.90	1.00	60,000
\$5,000	.85	.80	.90	50,100
\$7,500	1.25	.90	1.60	150
\$10,000	.40	0	.80	50

依據上述資訊（圖形），請建議此兩費率因子應如何修訂？請簡單說明之。

【參考解答】

一、「保全系統」(Burglar alarm)

有關「Central Reporting」類別，由於保單件數太少，不具有可信度，且其 GLM 模型產出結果亦變動甚大，故不予採用；有關「Local Alarm」類別，雖有不算少的保單件數，GLM 模型產出結果亦穩定，惟由於其係數與基礎類別「None」係數差異甚小，在多一個費率因子即會增加核保成本的考量下，建議可不採用。

綜上，「保全系統」(Burglar alarm)之費率因子建議不採用。

二、「自負額」(Deductible)

除「\$250」、「\$7,500」及「\$10,000」類別的保單件數稀少(或無)，導致 GLM 模型產出結果不合邏輯或變動大外，基本上自\$500 至\$5,000 之 GLM 模型產出結果應可採用，至於「\$250」、「\$7,500」及「\$10,000」類別之係數則可參考\$500 至\$5,000 之 GLM 模型產出結果及相關精算原理原則優化之，例如可訂定為：「\$250」類別 1.25、「\$7,500」類別 0.80、「\$10,000」類別 0.75（所訂值無標準答案，但須符合一致性原則）。

10. (5 分)

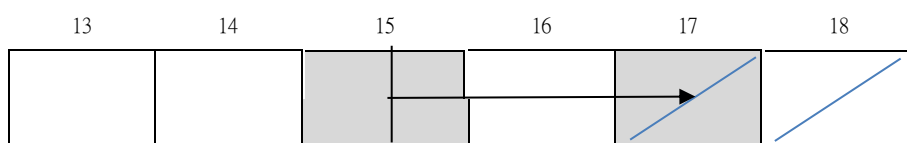
給定下列資訊：

- 所有保單皆為一年期
- 保單於 2017.01.01 開始生效
- 未來年度保費趨勢成長因子每年為 3%
- 假設未來費率有效期間為一年，即費率一年內不調整

日曆年	滿期曝險單位	現行費率水準下 平均簽單保費	現行費率水準下 平均滿期保費
2013	1100	4717	4504
2014	1150	4625	4672
2015	1200	5000	4854

請使用二階段趨勢法(two step trending method)計算每年趨勢後之保費。

【參考解答】



	Avg EP@CRL	最近平均簽 單保費 在現行費率 水準下	第一步 計算 趨勢因子(過 去期間)	第二步 趨勢 因子(未來期 間)		趨勢後平均 保費	滿期曝 險單位	
			(3)		(5)	(6)	(7)	(8)
CY	(1)	(2)	$= (2)/(1)$	(4)	$= (3)*(4)$	$= (1)*(5)$		$= (6)*(7)$
2013	4504	5000	1.110	$= 1.03^2$	1.178	5,305	1100	5,834,950
2014	4672	5000	1.070	$= 1.03^2$	1.135	5,305	1150	6,100,175
2015	4854	5000	1.030	$= 1.03^2$	1.098	5,305	1200	6,365,400

因為是要算出趨勢後之保費，所以在第二步估計未來期間之因子係由 15 年的保費估計到 17 年的保費，趨勢期間為兩年。

11. (4 分)

目前產險公會正研議 UBI 商品，但國內之統計資料不足，遲遲沒有進度，而其中一項統計資料為駕駛者所行駛之里程數，目前 UBI 商品建議將承保期間內駕駛者所行駛之里程數列入未來車險商品之費率因子。

(1) (2 分)

請辨認並簡單形容"駕駛者所行駛之里程數"作為費率因子之兩種統計上的標準 (statistical criteria)，並解釋"駕駛者所行駛之里程數"是否滿足這些標準。

(2) (2 分)

請辨認並簡單形容"駕駛者所行駛之里程數"作為費率因子之兩種經營作業上的標準 (operational criteria)，並解釋"駕駛者所行駛之里程數"是否滿足這些標準。

【參考解答】

(1)

- 1.同質性(homogeneity)：如果將駕駛人所行駛的里程數作為分群組的標準，事實上，這樣的分組方式跟將損失相關的曝險作區分是相似的，所以分類後之平均損失成本應該也會相似。
- 2.可信度(credibility)：如果將駕駛者所行駛之里程數分類時所取的里程範圍夠大，應該可以在這些分類中收集到完全可信的資料來計算未來預期之損失成本。

(2)

- 1.可辨別性/可取得性(verifiable/available)：以目前國內之科技法令與一年期保單之設計，要於一年後取得行駛里程數之資料並分辨其正確性尚屬不易。
- 2.成本效率(cost effective)：以目前國內之科技法令，除了要增加設備之成本與維護之費用再加上要分辨出里程數之正確性，為取得"駕駛者所行駛之里程數"所增加之成本似乎無法平衡此費率因子所帶來的成本下降，故目前並不符合成本效率。 OR
- 3.客觀性(objective)："駕駛者所行駛之里程數"屬於可客觀判斷衡量，且不同範圍之駕駛里程數為完全互斥且不存在模糊空間之變數，"駕駛者所行駛之里程數"是符合客觀性之標準。

12. (3 分)

給定下列資訊:

- 預期損失成本及理賠處理費用=60.0%
- 預期固定費用率=11.1%
- 變動費用率=18.4%
- 核保利潤率=5%
- 顯現費率調整(indicated rate change)之可信度=80%
- 最近一次費率變更為 2016.07.01，且顯現費率調整幅度完全調足
- 預計下次費率調整日期為 2017.07.01
- 損失率趨勢因子每年為 3.0%

請計算可信度加權後之費率調整幅度

【參考解答】

Complement of credibility=可信度補數損失率之計算 $=1.03^2-1=6.09\%$

因上次調整費率完全調足，且至下次預計調整費率時間相距 2 年，故預期經驗損失率將成長 $1.03^2-1=0.0609$

Indicated Rate change=損失率法 $= (P+F)/(1-V-Q)-1 = (.6+.111)/(1-.184-.05)-1 = -7.18\%$

故，可信度加權後之顯現費率可調整幅度 $= .8*-7.18\% + (1-.8)*6.09\% = -4.53\%$

13. (4 分)

某一公司賠款報案如下：

賠案	事故發生日	賠款報案日	2012 年度		2013 年度		2014 年度		2015 度	
			已付賠款	賠款準備金	已付賠款	賠款準備金	已付賠款	賠款準備金	已付賠款	賠款準備金
1	2012/1/10	2012/2/1	400	150	220	0	0	0	0	0
2	2012/5/8	2012/5/15	200	300	290	0	0	0	0	0
3	2012/8/28	2012/12/15	0	400	180	200	250	0	0	0
4	2012/10/30	2013/5/15			0	1000	0	1200	300	1100
5	2013/5/20	2013/6/1			260	200	190	0	0	0
6	2013/9/20	2013/10/2			200	500	0	500	230	260
7	2013/12/15	2014/2/1					270	410	0	650
8	2014/5/1	2014/6/1					200	200	200	0
9	2014/6/15	2014/9/20					460	390	0	350
10	2014/9/30	2014/10/25					0	400	400	200
11	2014/12/12	2015/5/12							60	300
12	2015/4/15	2015/6/18							400	200
13	2015/5/23	2015/7/25							300	200
14	2015/11/15	2015/12/5							0	540

(1) (1 分)

請編製事故年度制(Accident Year)累積已付賠款損失三角形。

(2) (1 分)

請編製事故年度制(Accident Year)累積已發生賠款損失三角形。

(3) (0.5 分)

計算 2015 年度曆年制(Calendar Year)已發生賠款金額。

(4) (1.5 分)

請分別說明事故年度制及曆年制資料之優缺點。

【參考解答】

(1) 每年增加已付賠款損失三角形

	每年增加已付賠款損失三角形			
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2010	600	690	250	300
2011	460	460	230	
2012	660	660		
2013	700			

累積已付賠款損失三角形

	累積已付賠款損失三角形			
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2010	600	1,290	1,540	1,840
2011	460	920	1,150	
2012	660	1,320		
2013	700			

(2) 未付賠款估計數

	未付賠款估計數			
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2010	850	1,200	1,200	1,100
2011	700	910	910	
2012	990	850		
2013	940			

累積已發生賠款損失三角形

	累積已發生賠款損失三角形			
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2010	1,450	2,490	2,740	2,940
2011	1,160	1,830	2,060	
2012	1,650	2,170		
2013	1,640			

(3) 2015 年度曆年制(Calendar Year)已發生賠款金額

$$=(1640+2170+2060+2940)-(1650+1830+2740)=2590$$

(4) 事故年度制(Accident Year) 資料之優點:

- I. 資料容易取得並容易了解。
- II. 容易追蹤賠案發展過程(例如受通貨膨脹或法規改變的影響), 尤其知悉大額賠款或天災賠款之發展。

事故年度制(Accident Year) 資料之缺點:

- I. 賠款和曝險(exposures)並不完全搭配。

曆年制(Calendar Year) 資料之優點:

- I. 賠款資料不會有發展。
- II. 資料計算一定可行。

曆年制(Calendar Year) 資料之缺點:

- I. 難以評估特定賠款之發展。

14. (6 分)

累積已發生賠款損失三角形(扣代位追償前)

事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2012	500	980	1,055	1,200
2013	580	1,100	1,150	
2014	600	1,200		
2015	650			

累積代位追償

事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2012	20	60	100	125
2013	25	74	120	
2014	26	76		
2015	40			

已發生賠款(扣代位追償前) 48 個月後之長尾發展因子 1.05，累積代位追償為 48 個月後之長尾發展因子 1.15，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

請問：

(1) (1 分)

請說明選擇長尾因子 (Tail Factor) 重要原因。

(2) (1 分)

舉 2 例說明常見回收型態 (Recoveries)。

(3) (2 分)

以簡單平均法計算 2015 年最終代位追償金額。

(4) (2 分)

以簡單平均法計算 2015 年已發生賠款(扣代位追償前)，並以代位追償佔已發生賠款(扣代位追償前)比率方式計算 2015 年最終代位追償金額。

【參考解答】

(1) 長尾因子 (Tail Factor) 將會影響所有意外年度未付賠款估計數；也會造成所有未付賠款估計不對稱的槓桿狀況。

(2) 自負額(Deductibles)、殘餘物(Salvage)、代位追償(Subrogation)。

(3) 累積代位追償各年度累積發展因子

	代位追償LDF			
事故年	12-24	24-36	36-48	Tail
2012	3.000	1.667	1.250	
2013	2.960	1.622		
2014	2.923			
簡單平均	2.961	1.645	1.250	1.15
累積簡單平均	7.006	2.366	1.438	1.15

2015 年最終代位追償金額=40*7.006=280.24

(4) 已發生賠款(扣代位追償前) 各年度累積發展因子

累積已發生賠款損失三角形(扣代位追償前)LDF				
事故年	12-24	24-36	36-48	Tail
2012	1.960	1.077	1.137	
2013	1.897	1.045		
2014	2.000			
簡單平均	1.952	1.061	1.137	1.05
累積簡單平均	2.473	1.267	1.194	1.05

2015 年已發生賠款(扣代位追償前)=650*2.473=1607.45

代位追償%

	代位追償%			
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2012	0.040	0.061	0.095	0.104
2013	0.043	0.067	0.104	
2014	0.043	0.063		
2015	0.062			

代位追償%LDF

	代位追償%LDF			
事故年	12-24	24-36	36-48	Tail
2012	1.531	1.548	1.099	
2013	1.561	1.551		
2014	1.462			
簡單平均	1.518	1.550	1.099	1.15
累積簡單平均	2.974	1.959	1.264	1.15

事故年	% at 2013/12/31	CDF	Ultimate Ratio
2012	0.104	1.15	0.120
2013	0.104	1.264	0.132
2014	0.063	1.959	0.124
2015	0.062	2.974	0.183
選擇之Ultimate Ratio			0.140

2015 年最終代位追償金額=1607.45*0.140=225.043

15. (4 分)

給定下列資訊：

事故年度	已發生賠款	最終發展因子	現行費率水準 滿期保費
2014	20,800	1.700	39,000
2015	21,500	2.020	50,000
2016	10,000	3.750	66,000

已知：

- 每年的損失幅度趨勢為 5%
- 有一法令變動生效於 2015/7/1，對所有發生於之後的賠款產生影響。
- 此法令變動預估會使最終賠款下降 20%

請以預期損失率方法(Expected claims technique)估計事故年度 2016 年之未報賠款準備金 (IBNR)。

【參考解答】

AY	已發生賠款	最終發展因子	趨勢至 2016	法令影響	最終賠款	現行費率水 準滿期保費	損失率
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)=(5)/(6)
2014	20,800	1.700	1.103	0.800	31,202	39,000	80.0%
2015	21,500	2.020	1.050	0.889	40,535	50,000	81.1%
2016	10,000	3.750	1.000	1.000	37,500	66,000	56.8%
						選定	80.5%

損失率選定為 2014 年及 2015 年之平均，該年度發展較穩定。

AY2016 最終賠款=66000*.805=53154

事故年度 2016 之未報賠款準備金(IBNR)=43154

16. (6 分)

你擁有以下資訊：

累計結案件數

事故年	12	24	36	48	最終件數
2013	32,500	70,000	100,000	100,000	100,000
2014	36,750	78,750	105,000		105,000
2015	41,250	88,000			110,000
2016	46,000				115,000

累計已付賠款(\$000)

事故年	12	24	36	48
2013	243,750	525,000	750,000	750,000
2014	275,626	590,626	787,500	
2015	309,376	660,000		
2016	345,000			

(1)(5 分)

請利用 Berquist-Sherman 所提出之處理結案率變化的方法，並估算出事故年度 2015 年之最終賠款。假設已付賠款增量(incremental paid claims)與結案件數增量(incremental number of closed claims)之間是線性相關。

(2)(1 分)

在使用上述方法調整結案率變化時，我們通常採用最近一個曆年度之結案率經驗，請說明這樣處理的優點？

【參考解答】

(1)

事故年	累計結案率(Cumulative Disposal Ratios)			
	月份數			
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2013	32.5%	70.0%	100.0%	100.0%
2014	35.0%	75.0%	100.0%	
2015	37.5%	80.0%		
2016	40.0%			
選定結案比率	40.0%	80.0%	100.0%	100.0%

利用選定的結案比率調整過去結案件數

事故年	調整後累計結案件數			
	月份數			
	12	24	36	48
2013	40,000	80,000	100,000	100,000
2014	42,000	84,000	105,000	
2015	44,000	88,000		
2016	46,000			

$$2013@24 \text{ 個月} = 600,000,000 \quad (=525,000,000 \times (1 - 0.8)/(1-0.7) + 750,000,000 \times (0.8 - 0.7)/(1-0.7))$$

$$2014@24 \text{ 個月} = 630,000,800 \quad (=590,626,000 \times (1 - 0.8)/(1-0.75) + 787,500,000 \times (0.8 - 0.75)/(1-0.75))$$

事故年	調整後累計已付賠款			
	月份數			
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2013	省略	600,000	750,000	750,000
2014	省略	630,001	787,500	
LDF	12-24	24-36	36-最終	
2013	省略	1.250	1.000	
2014	省略	1.250		
選定 LDF	省略	1.250	1.000	
CDF	省略	1.250		

事故年度 2015 年之預估最終賠款= 825,000,000
 (=660,000,000 x 1.250)

(2)

優點有兩個:

- 1.這樣可以使每個事故年度最近的累計已付賠款數據不受影響
- 2.不需要為以後(未來)年度的數據進行外推調整(教材裡沒有列本項)

17. (7 分)

你擁有以下資訊：

累計已付賠款(\$000)			
事故年	12	24	36
2014	43,560	62,850	98,700
2015	57,150	105,600	
2016	48,000		

累計已報賠款(\$000)			
事故年	12	24	36
2014	61,110	92,850	124,350
2015	94,050	144,975	
2016	76,320		

累計結案件數			
事故年	12	24	36
2014	40,000	50,000	70,000
2015	50,000	80,000	
2016	40,000		

未決件數			
事故年	12	24	36
2014	30,000	40,000	20,000
2015	60,000	50,000	
2016	40,000		

選定已報賠款於損失 36 個月之後的尾端發展因子為 1.02

(1)(3 分)

請確認數據是否應調整以滿足準備金水位的適足性？請詳述您的答案

(2)(3 分)

請計算於 2016 年底時，2016 事故年度所顯示的未付賠款(indicated unpaid claims)

(3)(1 分)

請計算於 2016 年底時，2016 事故年度所顯示的賠款準備金邊際(indicated claim reserve margin) (即實際數與帳載數的差異)

【參考解答】

(1)

事故年	平均結案金額		
	月份數		
事故年	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2014	1,089	1,257	1,410
2015	1,143	1,320	
2016	1,200		
平均結案金額的變化			
事故年	<u>12</u>	<u>24</u>	
11-12	5.0%	5.0%	
12-13	5.0%		

事故年	平均未決金額		
	月份數		
事故年	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2014	585	750	1,282.5
2015	615	787.5	
2016	708		
平均未決金額的變化			
事故年	<u>12</u>	<u>24</u>	
11-12	5.1%	5.0%	
12-13	15.1%		

事實及情況顯示平均未決金額變化有明顯增加的趨勢(由 5% 變成 15%)

(2)

趨勢選定			
利用最後一條對角線調整平均未決			
事故年	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>

2014	642	750	1283
2015	674	788	
2016	708		

調整後個案賠款準備金(\$000)

事故年	12	24	36
2014	19,265	30,000	25,650
2015	40,457	39,375	
2016	28,320		

調整後已報賠款(\$000)

事故年	12	24	36
2014	62,825	92,850	124,350
2015	97,607	144,975	
2016	76,320		

LDF	12-24	24-36	36-最終
	1.478	1.339	1.020
	1.485		
選定 LDF	1.482	1.339	1.020
CDF	2.024	1.366	1.020

故於 2016 年年底時，2016 事故年度所顯示的未付賠款準備金額為
106,466,096 (=76,320,000 x 2.024-48,000,000)

(3)

於 2016 年年底時，2016 事故年度所顯示的賠款準備金邊際為

- 9,466,096 (=97,000,000-106,466,096)

18. (3 分)

你擁有以下有關於 ABC 保險公司於 2016/12/31 的資訊：

保單年	已報賠款(超賠前)(Gross of excess of loss)(\$000)	已報賠款(超賠後)(Net of excess of loss)(\$000)	累積發展因子(超賠前)(Gross CDF)	累積發展因子(超賠後)(Net CDF)	停損再保限額(Stop Loss Limit)(\$000)
2013	3,270	1,268	1.580	1.450	2,000
2014	6,218	1,250	1.940	1.700	2,500
2015	4,716	1,456	2.350	2.040	2,500
2016	3,794	1,348	2.980	2.570	3,000

- ABC 保險公司每年購買單一事故超賠再保險合約, 限額 200 萬元
- 除此之外, ABC 保險公司每一年度另安排停損再保險合約, 每年購買的限額不同(如上表所示)

請預估 ABC 保險公司於保單年 2013 起到 2016 年止, 扣除單一事故超賠以及考量停損再保險後之自留最終賠款。

【參考解答】

保單年	已報賠款(超賠後)(Net of excess of loss)(\$000)(1)	累積發展因子(超賠後)(Net CDF)(2)	停損再保限額(Stop Loss Limit)(\$000)(3)	最終賠款(超賠後)(\$000)(4)= (1)*(2)	自留最終賠款(扣除超賠及停損再保)(\$000)(5)=MIN (3)(4)
2013	1,268	1.450	2,000	1,839	1,839
2014	1,250	1.700	2,500	2,125	2,125
2015	1,456	2.040	2,500	2,970	2,500
2016	1,348	2.570	3,000	3,464	3,000
合計					<u>9,464</u>

19. (5 分)

你在 2016/12/31 時擁有下列資訊：

事故年	最終賠款	已付可分配理賠費用
2013	130,000	5,400
2014	125,000	3,780
2015	132,000	2,160
2016	129,000	900

累積已付可分配理賠費用佔累積賠款的比率

事故年	12	24	36	最終
2013	2.4%	3.0%	4.0%	4.8%
2014	2.0%	2.5%	3.7%	
2015	2.0%	2.6%		
2016	2.2%			

請計算出事故年 2013 至 2016 年的未付可分配理賠費用(ALAE)並說明你的假設。(計算發展因子時請四捨五入至小數點第三位)

【參考解答】

(1) 假設：損失發展因子採乘型模式

事故年	發展因子-乘型模式		
	12-24	24-36	36-最終
2013	1.250	1.333	1.200
2014	1.250	1.480	
2015	1.300		
平均	1.267	1.407	1.200
最終發展因子	2.139	1.688	1.200

事故年	最近一期 比率(1)	最終發展 因子(2)	最終比率 (3)=(1)*(2)	最終賠款 (4)	最終可分配理 賠費用(5)=(3)*(4)	已付可分配 理賠費用(6)	未付可分配 理賠費用(7)=(5)-(6)
2013	4.80%	1.000	4.80%	\$130,000	\$6,240	\$5,400	\$840
2014	3.70%	1.200	4.44%	\$125,000	\$5,550	\$3,780	\$1,770
2015	2.60%	1.688	4.39%	\$132,000	\$5,795	\$2,160	\$3,635
2016	2.20%	2.139	4.71%	\$129,000	\$6,071	\$900	\$5,171
						合計	\$11,416

(2) 假設：損失發展因子採加型模式

事故年	發展因子-乘型模式		
	12-24	24-36	36-最終
2013	0.006	0.010	0.008
2014	0.005	0.012	
2015	0.006		
平均	0.0060	0.0110	0.0080
最終發展因子	0.0250	0.0190	0.0080

<u>事故年</u>	<u>最近一期</u> <u>比率(1)</u>	<u>最終發展</u> <u>因子(2)</u>	<u>最終比率</u> <u>(3)=(1)+(2)</u>	<u>最終賠款</u> <u>(4)</u>	<u>最終可分配理</u> <u>賠費用</u> <u>(5)=(3)*(4)</u>	<u>已付可分</u> <u>配</u> <u>理賠費用</u> <u>(6)</u>	<u>未付可分配理賠</u> <u>費用(7)=(5)-(6)</u>
<u>2013</u>	<u>4.8%</u>	<u>0.0000</u>	<u>4.80%</u>	<u>\$130,000</u>	<u>\$6,240</u>	<u>\$5,400</u>	<u>\$840</u>
<u>2014</u>	<u>3.7%</u>	<u>0.0080</u>	<u>4.50%</u>	<u>\$125,000</u>	<u>\$5,625</u>	<u>\$3,780</u>	<u>\$1,845</u>
<u>2015</u>	<u>2.6%</u>	<u>0.0190</u>	<u>4.50%</u>	<u>\$132,000</u>	<u>\$5,940</u>	<u>\$2,160</u>	<u>\$3,780</u>
<u>2016</u>	<u>2.2%</u>	<u>0.0250</u>	<u>4.70%</u>	<u>\$129,000</u>	<u>\$6,063</u>	<u>\$900</u>	<u>\$5,163</u>
						<u>合計</u>	<u>\$11,628</u>

20. (6 分)

你擁有下列資訊:

- | | | |
|----|----------------------------------|--------|
| 1. | 2016 年曆年度已付賠款金額為 | 22,500 |
| 2. | 2016 年年底賠款準備金合計為 | 30,000 |
| 3. | 2015 年年底賠款準備金合計為 | 27,000 |
| 4. | 2016 年年底 IBNR 金額為 | 3,600 |
| 5. | 2016 年曆年度已付不可分配理賠費用為 | 1,200 |
| 6. | 假設不可分配理賠費用 50%發生在立案時,另 50%發生在結案時 | |

(1)(2 分)

請利用傳統已付不可分配理賠費用與已付賠款比例法計算 2016 年年底時的 ULAE 準備金

(2)(2 分)

請利用 Kittel's 法計算 2016 年年底時的 ULAE 準備金

(3)(2 分)

在哪些情況下使用傳統比例法估計是不正確(不適當)的?請至少舉出兩項

【參考解答】

(1)

$$\begin{aligned}\text{傳統比例} &= \text{已付 ULAE} / \text{已付賠款} \\ &= 1,200 / 22,500 \\ &= 5.3\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{故 2016 年年底時 ULAE 準備金} \\ &= 5.3\% \times [50\% \times (30,000 - 3,600) + 3,600] \\ &= \underline{\underline{896.00}}\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\text{Kittle's Ratio} &= \text{已付 ULAE} / (1/2(\text{已付賠款} + \text{已發生賠款})) \\ &= 1,200 / [1/2 \times (22,500 + (22,500 + 30,000 - 27,000))] \\ &= 5.00\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{故 2016 年年底時 ULAE 準備金} \\ &= 5.00\% \times [50\% \times (30,000 - 3,600) + 3,600] \\ &= \underline{\underline{840}}\end{aligned}$$

(3) (選 2 項)

- 1 實務上 IBNR 通常包含了 IBNER(Incurred But Not Enough Reported) 及 IBNYR(Incurred But Not Yet Reported)
故採用此法等同於視所有的 IBNR 都是還未報案,
- 2 此方法在長尾型業務上不適用(50%/50%的假設在長尾業務上不合理)
- 3 當賠案量在成長或遞減時
- 4 通膨也會造成扭曲

21. (6 分)

ABC 保險公司勞工補償保險的理賠資訊，如下所示：

意外年	截至 2015 年 12 月 31 日的報案資料		投保薪資
	賠案件數	賠案幅度	
2013	970	13,140	34,160,000
2014	920	11,100	33,540,000
2015	522	7,120	35,888,000

已發展月數	已報比率	
	賠案件數	賠案幅度
12	70%	40%
24	90%	65%
36	97%	80%

- 在意外年 2015 的已報賠案件數較過去年度低許多，主要是由於該年理賠部門有暫時性人員短缺，使得立賠案速度有減緩的情況。
- 每年頻率趨勢 = +1%
- 每年幅度趨勢 = +3%
- 每年投保薪資趨勢 = +2%

如果您是 ABC 保險公司的準備金精算師，在評估日為 2015 年 12 月 31 日時，使用損失頻率損失幅度方法(Frequency-Severity Technique)估計意外年 2015 之未報賠款準備金(IBNR)，請問合理的數字是多少？請詳述計算過程中您所用精算判斷之理由。

【參考解答】

	最終賠案件數	趨勢後曝露數	損失頻率	趨勢後損失頻率
2013	$970/0.97=1,000$	$34,160,000 \times 1.02^2$	0.0028%	$0.0028\% \times (1.01)^2 = 0.00286\%$
2014	$920/0.90=1,022$	$33,540,000 \times 1.02$	0.0030%	$0.0030\% \times (1.01) = 0.00303\%$
選定之趨勢後損失頻率 = 簡單平均 = 0.002945%				

	最終損失幅度	趨勢後損失幅度
2013	$13,140/0.80=16,425$	$16,425 \times 1.03^2 = 17,425$
2014	$11,100/0.65=17,077$	$17,077 \times 1.03 = 17,589$
2015	$7,120/0.40=17,800$	17,800
選定之趨勢後損失幅度 = 簡單平均 = 17,605		

意外年 2015 之最終賠款 = $17,605 \times 0.002945\% \times 35,888,000 = 18,606,753$

IBNR = $18,606,753 - 7,120 \times 522 = 14,890,113$

由於意外年 2015 有暫時低緩的賠案件數，若是將該年列入最終損失頻率的計算，將產生評估意外年 2015 之損失頻率低估的情況。但損失幅度並未被理賠部門提及也受到該影響，僅是立賠案較慢，因此無特別排除意外年 2015 的資料。

(試題結束)