C5 精算模型

選擇題40題:(每題2.5分)

1.(　2　)某醫療設備的原始模型之故障時間服從指數分配，且其平均值為4年。

今將該分配替換為spliced model，其密度函數(density function)已知下列：

(i) 在區間[0,3]是均勻分配

(ii) 在3年以後，是正比於原始模型之密度函數

(iii) 是連續的分配。

在替換後之分配下，請計算於前3年故障的機率，該機率下列敘述何者為真？

(1)　該機率＜0.42

(2)　0.42≦該機率＜0.43

(3)　0.43≦該機率＜0.44

(4)　該機率≧0.44

2.(　3　)下列為censored及truncated數據的存活研究資料：

Time (t)	Number at risk at time t	Failures at time t
1	30	5
2	27	9
3	32	6
4	25	5
5	20	4

請計算 $\hat{H}(4)$ 的變異數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.031

(2)　0.031≦該值＜0.032

(3)　0.032≦該值＜0.033

(4)　該值≧0.033

3.(　4　)考量Transformed beta distribution之參數為 α, γ 及 θ，當 α 及 θ 趨近於無窮大(infinity)，且 $\frac{\theta}{\alpha^{\frac{1}{\gamma}}} \to \xi$，則最後結果之分配為下列何者？

(1)　Transformed beta distribution

(2)　Inverse exponential distribution

(3)　Exponential distribution

(4)　Transformed gamma distribution

4.(　1　)某保險公司對500名個別客戶提供意外死亡保險，下列風險模型何者較適合評估該保險公司的風險？

(1)　An individual risk model

(2)　A collective risk model

(3)　上述兩者之適合程度相同。

(4)　無法完全判斷上述兩者之適合程度。

5.(　3　)考量Negative binomial distribution之參數$r\rightarrow\infty$，n→0及$r\ n\rightarrow\xi$，則最後結果之分配為下列何者？

(1)　Binomial distribution

(2)　Negative binomial distribution

(3)　Poisson distribution

(4)　Geometric distribution

6.(　1　)某分配N屬於$C(a,\ b,\ 0)$之成員，且滿足遞迴機率公式如下：

$k\frac{p_k}{p_{k-1}}=\frac{3}{4}k+3$，則$N$屬下列何種分配？

(1)　Negative binomial distribution

(2)　Binomial distribution

(3)　Geometric distribution

(4)　Poisson distribution

7.(　2　)由隨機抽取的84件保單之出險件數分佈如下：

出險次數	保單件數
0	32
1	26
2	12
3	7
4	4
5	2
6	1

則下列何種分配可用來最佳表達上表之出險分佈？

(1)　Binomial distribution

(2)　Negative binomial distribution

(3)　Poisson distribution

(4)　Geometric distribution

8.(3)下列敘述何者為真？

(1) 在 collective risk model 中，總損失件數是固定的。

(2) 在 individual risk model 中，總損失件數是一個隨機變數。

(3) 在 individual risk model 中，各損失是獨立的，但不一定是相同分配。

(4) 以上皆非。

9.(4)總損失(Aggregate losses)模型如下：

(i) 損失件數服從 Poisson 分配($\lambda = 3$)；

(ii) 每次損失金額服從 Burr 分配(Burr Type XII, Singh-Maddala)，且$\alpha = 3$、$\theta = 2$及$\gamma = 1$；

(iii) 損失件數與損失金額是相互獨立的。

請計算總損失金額的變異數(variance)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜11.0

(2) 11.0≦該值＜11.5

(3) 11.5≦該值＜12.0

(4) 該值≧12.0

10.(4)樣本數 n=200 的觀察值採用四個模型進行配適，其結果如下：

模型	Number of Parameters	Loglikelihood
I	3	-180.2
II	2	-181.4
III	2	-181.6
IV	1	-183

請依 Schwarz Bayesian criterion 來決定下列那一模型最合適？

(1) 模型 I

(2) 模型 II

(3) 模型 III

(4) 模型 IV

11.(1)由參數θ的指數分配所獲得的 5 個隨機損失金額樣本如下：

15 10 7 8 20

請計算θ的 maximum likelihood estimate，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值≦12

(2) 12＜該值≦13

(3) 13＜該值≦14

(4) 該值＞14

12.(　2　)假設 $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$，其中 N 是平均值為 10 的 Poisson 分配，

且 $X_i = 1.5$ for all i。

$S^* = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_N$，且 $\Pr(Y_i = 1) = \Pr(Y_i = 2) = 0.5$ for all i。

請計算 S 與 S^* 之間的相關係數(correlation coefficient)，
下列有關該係數之敘述何者為真？

(1)　該係數＜0.94
(2)　0.94≦該係數＜0.95
(3)　0.95≦該係數＜0.96
(4)　該係數≧0.96

13.(　2　)某一團體人壽保單承保下表所列之三個年齡群組：

年齡群組	年齡群組之人數	每人的理賠機率	理賠金額的平均值(理賠金額服從指數分配)
18~35	400	0.03	5
36~50	300	0.07	3
51~65	200	0.10	2

請計算總理賠金額的變異數(variance)，而該值下列敘述何者為真？

(1)　該值＜1,100
(2)　1,100≦該值＜1,110
(3)　1,120≦該值＜1,130
(4)　該值≧1,130

14.(　1　)若有一分配符合(variable-component mixture distribution)，其為指數分配，且 a_1=0.5, a_2=0.4，$\theta_1=\theta_2=\theta_3$=5，求其 hazard function 在 x=5 之值？

(1) 0.2　(2) 0.1　(3) 0.4　(4) 0.3

15.(　4　)X_1、X_2 及 X_3 皆服從 Gamma 分配，其參數(α, θ)分別為 (1,0.2)、(2,0.2)、(3,0.2)、(4,0.2)　，若 S=X_1+X_2+X_3+X_4，求其 moment generation function MS(2)=?

(1) 35.72　(2) 59.4　(3) 123.6　(4) 165.38

16.(3)X 服從 Pareto 分配，其參數(θ,α)為(150, 2.5)，求其 $E(X\Lambda\pi_{0.99})$ 及 $TVaR_{99\%}$ =?

a. 74.88，477.97

b. 74.88，678.61

c. 93.69，1427.39

d. 98.42，1427.39

(1) a (2) b (3) c (4) d

17.(3) 若有一負二項分配，其參數β=0.5，γ=5，若使用 p_k/p_{k-1} = a+b/k 之公式，且 $p_0 = (1+\beta)^{-\gamma}$，則 zero-truncated random varible 之 P_2^T=?

(1) 0.24887 (2) 0.27688 (3) 0.25276 (4) 0.22222

18.(1)若 X 是完全可信度要求的理賠次數，標準是要符合估計值有 90%機率會落在真值的 5%之內，若將 5%改為 10%時則完全可信度要求的理賠次數變為 Y，請問 Y/X = ？

(1) 0.25 (2) 4 (3) 0.5 (4) 2

19.(3)給定 P 及 k，對理賠分配 A 的幅度完全可信度標準為 N_A，而理賠分配 B 與 A 有相同的平均數，但是 B 的標準差是 A 的 4 倍，相同的 P 及 k 之下，理賠分配 B 的幅度完全可信度標準為?

(1) $64N_A$ (2) $1N_A$ (3) $16N_A$ (4) $84N_A$

20.(2)對一風險，在單一的暴露期間內，理賠可能次數及其機率如下表，

理賠次數	機率
0	80%
1	15%
2	5%

假如只有 1 次理賠發生，理賠金額為 100 的機率為 80%，理賠金額為 150 的機率為 20%，假如有 2 次理賠發生，每一次理賠金額的大小是彼此獨立的，而且理賠金額為 100 的機率為 50%，理賠金額為 150 的機率為 50%，求此風險的純保費變異數?

(1) 3,974 (2) 4,222 (3) 5,325 (4) 6,710

21.(1)給定以下資訊：

- 單一被保險人的理賠次數服從平均為 0.25 的 Poisson 分配。
- 單一理賠的金額服從[0 ,50]的均勻分配。
- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

求此被保險人的過程變異數?

(1) 208.33 (2) 416.67 (3) 625.33 (4) 833.33

22.(3)給定以下資訊：

- 理賠次數服從負二項分配，且平均數是變異數的 0.5 倍。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	50%
30	30%
60	20%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 5%之內的理賠次數與下列那個答案較接近?

(1) 2,000 (2) 3,000 (3) 4,000 (4) 6,000

23.(2) 有 100 個多種不同面數的骰子，其中有 50 個是 4 面的，有 30 個是 6 面的，有 20 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，請問假設平均數的變異數(VHM)=?

(1) 0.45 (2) 0.61 (3) 0.67 (4) 0.69

24.(4) 若每位考生可選三個多種面數的骰子，但兩個必需有相同面數，有 50%選到 4 面的，有 30%選到 6 面的，有 20%選到 8 面的，且骰子分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，且每投一次骰子的 EPV 為 2.55 而 VHM 為 0.61。請每位考生報告點數和，則考生報告結果的預期總變異數 = ?

(1) 10.4 (2) 5.2 (3) 7.54 (4) 13.14

25.(1)用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 的理賠 0 次機率為 4/6，理賠 1 次機率為 2/6，骰子 A_2 的理賠 0 次機率為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	40	100
B_1	0.6	0.4
B_2	0.7	0.3

單次的觀察包含從 A1 及 A2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費假設平均數的變異數(VHM)為何?

(1) 27.465 (2) 104.611 (3) 113.778 (4) 277.778

26.(4) 有三個大水桶，每個水桶有無限多的球，編號 1 水桶的球，都標示數字 0，編號 2 水桶的球，都標示數字 1，編號 3 水桶的球，有 40%標示數字 0，60%標示數字 1。隨機選一個水桶並由其中選出 5 個球，請問若 5 個球皆為 0，使用 Buhlmann 可信度估計由此水桶再選出一球，其期望值=？

(1) 0.0404 (2) 0.0419 (3) 0.0455 (4) 0.0461

27.(2) 令 X 是單次試驗的結果，且令 $E[X_2 | X_1]$ 為第 2 次試驗結果的期望值，並有以下資訊：

試驗結果 = T	$P(X_1=T)$	$E[X_2 | X_1=T]$的貝式估計值
1	4/8	2.4
4	3/8	3.6
8	1/8	?

請問 $E[X_2 | X_1=8]$ = ？

(1) 2.4 (2) 3.60 (3) 4.8 (4) 6.0

28.(　3　) 有以下資訊：

某保單組合由2,000個獨立且有相同分配的風險所組成。

每個風險的理賠次數服從具有變異數λ的Poisson分配。

最近暴露期間前，λ假設為具有參數(α, θ)的Gamma分配，α=500，θ=1,000。

最近暴露期間中，觀察到以下的損失經驗：

理賠次數	風險個數
0	1,812
1	166
2	18
3	4

請問λ事後分配的平均數 = ？

(1) 0.188　(2) 0.214　(3) 0.238　(4) 0.322

29.(4) 已知: X是隨機變數， Y是定義為 X/2

計算 correlation coefficient of X and Y.

(1)　0.00

(2)　0.25

(3)　0.50

(4)　1.00

30.(2) 令 X, Y, Z　是獨立 Poisson random variables

E(X) = 3, E(Y) = 1, E(Z) = 4. 計算 $P[X + Y + Z \leq 1]$?

(1). $13e^{-12}$

(2). $9e^{-8}$

(3). $(13/12)e^{-1/12}$

(4). $9e^{-1/8}$

31. (2) 保單約定最大損失 2000 自負額 100.

F(100) = 0.20, F(2000) = 0.97, and

$$\int_{100}^{2000} x\, f(x)\, dx = 400.$$

請計算每一平均損失?

(1).360

(2). 380

(3). 400

(4). 420

32.(　1　) X 的密度函數 f(x),假設範圍 0 to ∞

$$\int_0^{1000} f(x)\,dx = 0.87175.$$

$$\int_0^{1000} xf(x)\,dx = 350.61$$

請計算 $E[X \wedge 1000]$.

(1). Less than 480

(2). At least 480, but less than 490

(3). At least 490, but less than 500

(4). At least 500, but less than 510

33.(4)累積損失分配函數 $F(x) = 1 - 10^6 / (x + 10^3)^2$.

請計算 layer 1,000 to 10,000　預期損失比率.

(1) 10%

(2). 17%

(3). 34%

(4). 41%

34.(1)隨機變數 X1, X2, ... , Xn, 是 independent and identically distributed 其機率密度函數 $f(x) = e^{-x/\theta}/\theta$, $x \geq 0$. 請計算 $E[\overline{X}^2]$.

(1) $(n+1)\theta^2/n$

(2) $(n+1)\theta^2/n^2$

(3) θ^2/n

(4) $\theta^2/\sqrt{n}$

35.(　4　)已知:

X	F(x)	E[XΛx]
\$20,000	0.75	\$7050
\$30,000	0.80	\$9340

請計算 \$20,000 and \$30,000. 之間的平均損失.

(1). Less than \$23,500

(2). At least \$23,500, but less than \$24,500

(3). At least \$24,500, but less than \$25,500

(4). At least \$25,500, but less than \$26,500

36.(4) 令 X , Y 是連續隨機變數其聯合密度函數

$f(x, y) = 3x/4$ for $0 < x < 2$ and $0 < y < 2 - x$. 計算 $P[X > 1]$?

(1).1/8

(2). 1/4

(3). 3/8

(4). 1/2

37.(2) 令 X, Y 是離散隨機變數其 聯合密度函數

$p(x, y) = (2x + y)/12$, for $(x, y) = (0, 1), (0, 2), (1, 2)$ and $(1, 3)$.

請計算marginal probability function of X.

(1). p(x) is 1/6 for x = 0 and 5/6 for x = 1.

(2). p(x) is 1/4 for x = 0 and 3/4 for x = 1.

(3). p(x) is 1/3 for x = 0 and 2/3 for x = 1.

(4). p(x) is 2/9 for x = 1, 3/9 x = 2, and 4/9 for x = 3.

38.(3)已知:

X_1, X_2, X3 是個別損失的隨機變數. 第一二動差 X_1, X_2, X_3 是:

$E[X_1] = 1$. $E[X1^2] = 1.5$. $E[X_2] = 0.5$. $E[X_2^2] = 0.5$. $E[X_3] = 0.5$. $E[X_3^2] =$ 1.5.

下列 X1, X2, and X3 g4是適合用 Pareto 分配?

(1). X1

(2). X2

(3). X3

(4). X1, X3

39.(1) 5個損失值是: 0, 1, 2, 5, 30.

估計5 個損失平均值

已知模擬值來自上述樣本:

模擬	損失金額
1	30, 2, 2, 0, 2
2	2, 0, 30, 5, 30
3	30, 30, 5, 0, 5
4	0, 30, 0, 2, 1

請用bootstrap approximation方法 計算the mean square error of the estimate.

(1). less than 20

(2). at least 20, but less than 25

(3). at least 25, but less than 30

(4). at least 30, but less than 35

40. (2) 已知:

Territory	暴露數	損失
1	235	30,400
2	103	12,200
3	130	12,800
4	47	3,000
合計	515	58,400

假設The Bühlmann 可信度參數, K = 200.

運用 preserves total losses方法, 請估計 Territory #4. 純保費

(1) 100

(2) 101

(3) 102

(4) 103

(試題結束)