

1. (5 分)

一家產險公司商品部門主管計劃修正某些商品費率，他提出一些方案如下。您是該公司精算師，請利用 Werner/Modlin 所著 Basic Ratemaking 一書所述概念，簡單評論下列方法：

(1) (2 分)

該商品部門主管提出開發 UBI(Usage-Based Insurance)商品，並擬於每一承保車輛裝一感應器，收集駕駛行為資訊，以作為未來費率釐定的變數，制定一新的風險分類。(評論時請以統計(statistical)、作業(operational)、社會(social)、法律規定(legal)等四個考量因素說明您的判斷結果。)

(2) (1 分)

於 2012 年發生一件地震損失超過 7 億元，但近三年無地震事件發生，故該商品部門主管要求計算費率時，將此筆資料剔除。

(3) (2 分)

為因應大數據時代的來臨，該商品部門主管正考慮研擬改變危險暴露單位基礎(exposure base)，駕駛里程數(Number of miles driven)為其研擬方向，請使用三個相關的精算考量因素(criteria for exposure base)，評估該危險暴露單位基礎的有效性。

【參考解答】

(1) 統計：確保費率變數的精確性及可靠度，該費率變數應有統計意義(應與預期成本估計有關)，並應考量同質性及可信度。

作業：要考量客觀、管理費用及可驗證性。它是客觀的，但它很難去驗證且資料收集成本可能很高。

社會：要考量可負擔性、因果關係、可操控性、隱私權。該變數具有隱私權問題。

法律規定：要了解法律上有無相關規定。

(2) 地震有低損失頻率、高損失幅度性質，將該筆資料剔除後仍要想辦法考量巨災部份的損失，如考量非模型巨災事件分析、將該筆損失分攤成較長的經驗期間或使用巨災模型評估，否則會有直接剔除會有低估之虞。

(3) 駕駛里程數(Number of miles driven)：

- 駕駛里程數和預期成本較有相關性的。
- 駕駛里程數是較客觀的，容易取得及驗證。
- 歷史先例(historical precedence)為以 Car years 取得，改變暴露單位除必須考量可能大量保費因此移轉到別的保險公司，且資訊系統調整所花費成本可能很可觀。

2. (3 分)

已知下列於曆年 2014 年到 2016 年期間汽車保險保單資訊：

生效日	到期日	保單件數
2014年3月1日	2014年8月31日	1,000
2014年12月1日	2015年5月31日	1,200
2015年4月1日	2015年9月30日	1,050
2015年7月1日	2015年12月31日	1,100
2016年4月1日	2016年9月30日	1,400
2016年10月1日	2017年3月31日	1,250
2016年11月1日	2017年4月30日	1,000

- 全部保單保險期間均為 6 個月。

(1) (1 分)

計算曆年度 2015 年之簽單暴露數(Written car-years)。

(2) (1 分)

計算於 2015 年 12 月 30 日評估日之有效暴露數(in-force car-years)。

(3) (1 分)

計算曆年度 2016 年之滿期暴露數(Earned car-years)。

【參考解答】

(1) $= (1050 + 1100) \times 0.5 = 1075$

(2) $= 1100 \times 0.5 = 550$

(3) $= (1400 + 1250 \times 0.5 + 1000 \times 1/3) \times 0.5 = 1179.17$

3. (6 分)

某一保險公司正在考慮調整地區係數，提供以下資料：

地區	暴露數	趨勢化最終已發生賠款及理賠費用	現行地區係數
A	38,000	4,500,000	1.35
B	55,000	5,200,000	1.00
C	40,000	3,250,000	0.82

- 基礎地區維持地區 B。
- 完全可信度標準為 45,000 暴露數。
- 部份可信度之計算採用平方根法(square root rule)。
- 可信度補數為常態化現行地區係數(normalized current territorial relativities)。

(1) (3 分)

使用純保費法，計算可信度加權之各地區係數。

(2) (1 分)

請計算 off-balance factor。

(3) (1 分)

假設採用上述(1)之新地區係數及維持整體保費水準，定義各地區係數變動百分比。

(4) (1 分)

假設採用上述(1)之新地區係數及選擇整體保費調整+5%，定義各地區係數變動百分比。

【參考解答】

(1)

(1)完全可信度標準(暴露數)= 45,000

地區	暴露數	趨勢化最終已發生賠款及理賠費用	現行地區係數
	(2)	(3)	(4)
A	38,000	4,500,000	1.350
B	55,000	5,200,000	1.000
C	40,000	3,250,000	0.820
合計	133,000	12,950,000	1.046

地區	純保費	可信度	純保費係數調整	現行係數調整(常態化)	可信度加權係數	新地區係數(地區B為基礎)
	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
A	118	91.89%	1.216	1.291	1.222	1.259
B	95	100.00%	0.971	0.956	0.971	1.000
C	81	94.28%	0.834	0.784	0.832	0.856
合計	97					1.031

備註：
 (4)合計=sumproduct((2),(4))/(2)合計
 (6)=((2)/(1))^0.5
 (7)=(5)/(5)合計
 (8)=(4)/(4)合計
 (9)=(7)*(6)+(8)*(1-(6))
 (10)=(9)/(9)B
 (10)合計=sumproduct((2),(10))/(2)合計

(2) ~ (4)

地區	新地區係數變動%	均衡因子(off-balance factor)	新地區係數變動%(with off-balance)	選擇整體保費變動%	新地區係數變動%(with off-balance)
	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
A	-6.76%	1.006	-6.20%	5.00%	-1.51%
B	0.00%	1.006	0.60%	5.00%	5.63%
C	4.44%	1.006	5.07%	5.00%	10.32%
合計	-0.60%				

備註：
 (11)=(10)/(4)-1
 (11)合計=sumproduct((2),(11))/(2)合計
 (12)=1/(1+(11)合計)
 (13)=(1+(11))*(12)-1
 (15)=(1+(11))*(12)*(1+(14))-1

4. (7 分)

已知下列資產負債表日為 2016 年 12 月 31 日之相關資訊：

費率調整歷史	
生效日	調整幅度
2014年7月1日	-5.00%
2016年1月1日	3.00%

曆年度	滿期保費	滿期曝露數
2014	1,800,000	1,450
2015	1,950,000	1,420
2016	2,000,000	1,550

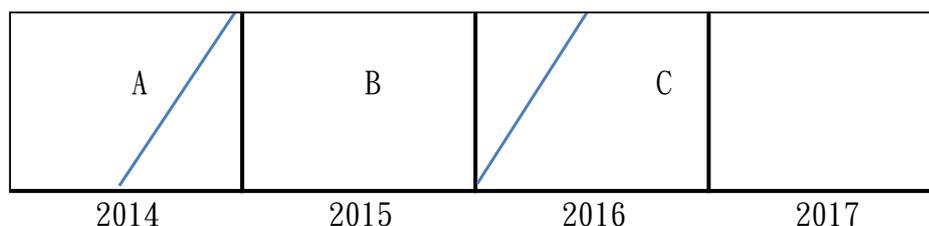
累積已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)

意外年度	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2014	950,000	965,000	970,000
2015	855,000	950,000	
2016	900,000		

- 全部保單均為半年期，且新費率假設為一年有效。
- 36 個月後無損失發展。
- 新費率於 2017 年 10 月 1 日生效。
- 假設簽單曝露數均勻分散於每一曆年度。
- 年保費趨勢值=5%
- 年損失幅度趨勢值=2%。
- 年損失頻率趨勢值=-3%。
- 固定費用率=8%。
- 變動費用率=20%。
- 利潤率=5%。
- 不可分配理賠費用率=賠款及可分配理賠費用的 8%。
- 預期巨災風險加成(含可分配理賠費用)=200/每一曝露數。
- 假設上述資料為完全可信度。

請計算費率可調整幅度(indicated rate change)。

【參考解答】



意外年度	A	B	C	平均費率	On-level factor
2014	0.7500	0.2500	0.0000	0.98750	0.9909
2015	0.0000	1.0000	0.0000	0.95000	1.0300
2016	0.0000	0.2500	0.7500	0.97138	1.0073
費率調整幅度	1.000	0.950	0.979		

意外年度	滿期保費	On-level factor	趨勢因子	趨勢化滿期保費
2014	1,800,000	0.9909	1.215500	2,167,990
2015	1,950,000	1.0300	1.157600	2,325,040
2016	2,000,000	1.0073	1.102500	2,221,097
合計				6,714,126

2.00 (trend period 2016)

意外年度	12	24	36
2014	950,000	965,000	970,000
2015	855,000	950,000	
2016	900,000		

累積 已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)

意外年度	12-24	24-36	36-ult
2014	1.0158	1.0052	
2015	1.1111		
算數平均	1.0635	1.0052	1.0000
CDF	1.0690	1.0052	1.0000

意外年度	已報賠款	CDF	損失趨勢值	趨勢化最終賠款	損失率
2014	970,000	1.0000	0.9583	929,551	42.88%
2015	950,000	1.0052	0.9685	924,859	39.78%
2016	900,000	1.0690	0.9789	941,800	42.40%
				2,796,210	41.65%

巨災加成比率= 13.17%
 $= 200 / (6714126 / (1450 + 1420 + 1550))$
 可調整費率幅度= -10.39%
 $= ((41.65\% + 13.17\%) * 1.08 + 8\%) / (1 - 20\% - 5\%) - 1$
 或

損失率= (含巨災) 54.81%
 $= 41.65\% + 200 * (1450 + 1420 + 1550) / 6714126$
 可調整費率幅度= -10.40%
 $= (54.81\% * 1.08 + 8\%) / (1 - 20\% - 5\%)$

5. (5 分)

某保險公司之住宅火災保險現行使用費率因子為「區域」及「保險金額」，此保險公司希望在接下來的費率計劃調整涵蓋下列目標：

- 整體費率調升 15%
- 以 Indicated relativity 更新分類差比 (relativity)
- 加入最低保險費 800 之規定
- 基礎類別 (base classes) 不變

以下為此保險公司現行住宅火災保險相關費率資訊及業務分布：

現行基礎費率 (base rate) 為 1,250

區域	Current relativity	Indicated relativity
區域一	0.80	0.85
區域二	1.00	1.00

保險金額	Current relativity	Indicated relativity
低於 100,000	0.75	0.60
不低於 100,000	1.00	1.20

業務分布	區域一	區域二
低於 100,000	1,500	4,000
不低於 100,000	1,500	3,000

使用 extension of exposures method，請計算出符合費率計劃調整目標之基礎費率 (base rate) ？

【參考解答】

現行平均保費

$$=1250 \times [1500 \times 0.8 \times 0.75 + 1500 \times 0.8 \times 1 + 4000 \times 1 \times 0.75 + 3000 \times 1 \times 1] / (1500 + 1500 + 4000 + 3000)$$

$$=1012.5$$

$$\text{目標平均保費} = 1012.5 \times 1.15 = 1164.375$$

假設新基礎費率為 B

$$1164.375$$

$$= B \times [1500 \times 0.85 \times 0.6 / 1.2 + 1500 \times 0.85 \times 1.2 / 1.2 + 4000 \times 1 \times 0.6 / 1.2 + 3000 \times 1 \times 1.2 / 1.2]$$

$$/(1500+1500+4000+3000)$$

$$=0.69125B$$

$$\Rightarrow B \doteq 1684.45$$

如此各類別費率如下：

類別費率	區域一	區域二
低於 100,000	$1684.45 \times 0.85 \times 0.6 / 1.2$ $\doteq 715.9 < 800$	$1684.45 \times 1 \times 0.6 / 1.2$ $\doteq 842.2 > 800$
不低於 100,000	$1684.45 \times 0.85 \times 1.2 / 1.2$ $\doteq 1431.8 > 800$	$1684.45 \times 1 \times 1.2 / 1.2$ $= 1684.45 > 800$

區域一/低於 100,000 之費率小於最低保險費 800，因此會以 800 計收
 整體保費多收 = $800 \times 1500 - 715.9 \times 1500 = 126150$

$$\text{Off-balance factor} = 1 + 126150 / (1164.375 \times 10000 - 800 \times 1500) \doteq \underline{1.012}$$

$$\text{新基礎費率} = 1684.45 / \underline{1.012} \doteq \underline{1664.5}$$

6. (4 分)

(1) (1 分)

個別風險費率釐訂(Individual Risk Rating)系統分為預期型(Prospective)及追溯型(Retrospective)兩種，針對預期型(Prospective)請列出任兩種形式。

(2) (1 分)

一家大型公司已投保某保險公司三年，在接下來的一年，這家大型公司將實施最新的安全防護計畫；請問此案例適合甚麼樣的預期型(Prospective)個別風險費率釐訂(Individual Risk Rating)系統？請簡單說明您的理由。

(3) (2 分)

有關預期型(Prospective)及追溯型(Retrospective)兩種個別風險費率釐訂(Individual Risk Rating)系統，就 a.提供被保險人於保單期間損失控制之動機 以及 b.向被保險人收取較為穩定的保費而言，分別為何種系統較具其屬性？請簡單說明之。

【參考解答】

(1) 經驗費率法(Experience Rating)、表定費率法(Schedule Rating)、組合費率法(Composite Rating)(三選二)

(2) 經驗費率法(Experience Rating)及表定費率法(Schedule Rating)皆使用。由於已累積三年的經驗資料，資料方面應已具相當可信度，故適合採用經驗費率法(Experience Rating)；而由於新的一年會實施新的安全防護計畫，採用表定費率法(Schedule Rating)能夠就現行經驗資料(尚無累積新安全防護計畫有關)外反映出其於費率上的影響。

(3) a.提供被保險人於保單期間損失控制之動機

追溯型(Retrospective)。由於追溯型(Retrospective)費率釐訂系統會將被保險人當期保險期間之經驗納入保費計算，因此它具有誘使被保險人於保單期間損失控制之動機。

b.向被保險人收取較為穩定的保費

預期型(Prospective)。由於預期型(Prospective)費率釐訂系統未將被保險人當期保險期間之經驗納入保費計算，反應性(responsive)較差，因此較具有穩定性。

7. (4 分)

給定下列資訊：

損失金額範圍	Counts in Interval	Capped Claims
限額 100,000 的保單		
0- 100,000	2,000	138,000,000
限額 250,000 的保單		
0- 100,000	820	53,300,000
100,000- 250,000	1,070	171,200,000
限額 500,000 的保單		
0- 100,000	870	53,070,000
100,000- 250,000	630	95,760,000
250,000- 500,000	270	89,100,000

(1) (2 分)

請計算 layer 100,000 - 250,000 的 LAS (limited average severity)。

(2) (2 分)

假設基本保額為 100,000，請計算限額 500,000 的高保額係數。

【參考解答】

(1)

$$171,200,000 - 1,070 * 100,000 = 64,200,000$$

$$95,760,000 - 630 * 100,000 = 32,760,000$$

$$(250,000 - 100,000) * 270 = 40,500,000$$

$$1,070 + 630 + 270 = \underline{1,970}$$

LAS for the 100,000 to 250,000 layer

$$= (64,200,000 + 32,760,000 + 40,500,000) / \underline{1,970} = \underline{69,777}$$

(2)

$$138,000,000 + 53,300,000 + 53,070,000 = 244,370,000$$

$$100,000 * (1,070 + 630 + 270) = 197,000,000$$

$$2,000 + 820 + 1,070 + 870 + 630 + 270 = 5,660$$

$$\text{LAS}(100k) = (244,370,000 + 197,000,000) / 5,660 = 77,981$$

$$89,100,000 - 270 * 250,000 = 21,600,000$$

$$870 + 630 + 270 = 1,770$$

LAS for the 250,000 to 500,000 layer

$$=21,600,000/1,770 \doteq 12,203$$

LAS(500k)

=LAS(100k)+LAS for the 100,000 to 250,000 layer+LAS for the 250,000 to 500,000 layer

$$=77,981+37,557+12,203$$

$$=127,741$$

$$\rightarrow \text{ILF}(500\text{k})=\text{LAS}(500\text{k})/\text{LAS}(100\text{k})=127,741/77,981 \doteq 1.638$$

8. (3 分)

某被保險人購買汽車車體損失保險，投保保險金額 400,000，該保險標的(汽車)價值 500,000。

- 共保(coinsurance)比例條款訂為 90%
- 該汽車車體損失保險係無自負額

請問：

(1) (1 分)

當損失金額為 300,000，共保懲罰 (coinsurance penalty) 為何？

(2) (1 分)

共保懲罰 (coinsurance penalty) 最大值為何？

(3) (1 分)

假設保險標的(汽車)價值為 425,000(非 500,000)，請計算其 coinsurance appointment ratio。

【參考解答】

$$(1) 400,000 / (500,000 \times 0.9) \doteq 0.889$$

$$300,000 \times (1 - 0.889) = 33,300$$

$$(2) 400,000 \times (1 - 0.889) = 44,400$$

$$(3) a = \min[F/(cV), 1] = \min[400,000 / (0.9 \times 425,000), 1] = 1$$

9. (2 分)

給定下列資訊：

- 2016.01.01 費率調降 10%
- 簽單件數(exposures)於 2016 年每月成長 5%

使用平行四邊形法來調整曆年度 2016 年滿期保費至現行費率水準，請問平行四邊形法是否低估高估或正確評估出應用在曆年度 2016 滿期保費的計算上？請說明您的答案。

【參考解答】

平行四邊形法是假設保單簽發在給定之計算期間內是均勻(uniform)分佈的。

故使用平行四邊形法，CY2016 的 on-level factor 為：

$$\text{現行費率水準/平均費率水準} = 0.9 / (.5 * 1.0 + .5 * 0.9) = 0.947$$

但，若 exposure 每月成長 5%，則越多的權重將放在現行費率水準上。故在此狀況上 CY2016 的 on-level factor 應修正為：

$$\text{現行費率水準/平均費率水準} = 0.9 / (Z * 1.0 + (1-Z) * 0.9), Z < 0.5; \text{故修正後的 CY2016 的 on-level factor 將大於 } 0.947$$

故，由上可知若使用未修正之 CY2016 的 on-level factor=0.947 來計算，曆年度 2016 滿期保費將會低估。(因帳上 2016 之滿期保費大多比率來自調降保費後保單(>50%))

10. (6 分)

給定下列某被保險人之損失經驗：

損失機率	對應之損失幅度
50%	30,000
20%	50,000
15%	200,000
10%	500,000
5%	1,000,000

- 完全保障(無自負額)之保費 : 30,991
- 預期 ground-up 損失率 : 60%
- ALAE = 損失金額的 10% 假設自負額並不會影響到 ALAE
- 操作自負額所增加之固定費用=在該自負額層損失金額的 5%
- 無法收回自付額款項之附加率=在該自負額層損失金額的 1%
- 核保利潤率 : 5%
- 額外風險附加費用率 : 5%
- 佣金: 15%
- 其他變動費用率: 5%

請計算自付額為 200,000 時, 該保單之最終保費為何?

【參考解答】

保單之最終保費 = $(P + F) / (1 - V - Q)$ = (自負額上之損失金額 + ALAE + 固定費用 + 信用風險 + 風險邊際費用) / (1.0 - 變動費用率 - 核保及其他利潤率)

故, 計算如下:

$$LER(200K) = (.5 * 30000 + .2 * 50000 + (.15 + .10 + .05) * 200000) / (.5 * 30000 + .2 * 50000 + .15 * 200000 + .10 * 500000 + .05 * 1000000) = 0.5484$$

$$\text{超額因子} = 1 - LER(200K) = 1 - 0.5484 = 0.4516$$

完全保障(無自負額)之損失成本

$$= \text{完全保障(無自負額)之保費} * \text{預期 ground-up 損失率} = 30991 * 60\% = 18594.75$$

$$\text{故, 超額損失成本} = \text{超額因子} * \text{損失成本} = 0.4516 * 18594.75 = 8397.63$$

$$\text{且, 在該自付額層之損失成本} = 18594.75 - 8397.63 = 10197.12$$

$$\text{因假設自負額並不會影響到 ALAE, 故自負額 200K 下之 ALAE} = 10\% * 18594.75 = 1859.48$$

$$\text{操作自負額所增加之固定費用} = 5\% * 10197.12 = 509.86$$

$$\text{無法收回自付額款項之附加費用} = 1\% * 10197.12 = 101.97$$

$$\text{額外風險附加費用率 (假設只應用於超額部分)} = 5\% * 8397.63 = 419.88$$

故, 最終保費 =(自負額上之損失金額+ALAE+固定費用+信用風險+風險邊際費用)/(1.0-變動費用率-核保及其他利潤率) =
(8397.63+1859.48+509.86+101.97+419.88)/(1-5%-15%-5%)=15051.76

11. (4 分)

給定下列某被保險人之損失經驗：

LAG	<u>2012</u>	<u>2013</u>	<u>2014</u>	<u>2015</u>	<u>2016</u>	<u>2017</u>
0	1500	2000	2100	1700	2800	3000
1	900	1200	1500	1500	1800	2000
2	800	1100	1200	600	800	1100
3	0	0	0	0	0	0

該被保險人購買不同態樣的保單來保障他們的責任曝險：

- 2012 及過往年份皆購買意外發生制基礎保單
- 2013 及 2014 年該被保險人改買索賠基礎制保單，並設定 2013.01.01 為追朔日
- 在 2015 該被保險人又改回意外發生制基礎保單
- 在 2015 年，他們同時也加購尾端保障(tail coverage)附加條款

請計算下列不同保單基礎之已發生賠款

(1) (1 分)

2012 意外發生制基礎保單

(2) (1 分)

2013 索賠基礎制保單

(3) (1 分)

2014 索賠基礎制保單

(4) (1 分)

2015 尾端保障(tail coverage)

【參考解答】

LAG	<u>2012</u>	<u>2013</u>	<u>2014</u>	<u>2015</u>	<u>2016</u>	<u>2017</u>
0	1500	2000	2100	1700	2800	3000
1	900	1200	1500	1500	1800	2000
2	800	1100	1200	600	800	1100
3	0	0	0	0	0	0

(1) 2012 意外發生制基礎保單：因意外發生制會包含所有發生在該意外年度之賠案，故=1500+1200+1200=3900

(2) 2013 索賠基礎制保單：由於被保險人購買的 CM 保單追朔日僅到 2013.01.01，故賠款只有 2013 年發生且來索賠之賠案=2000

(3) 2014 索賠基礎制保單由於被保險人購買的 CM 保單追朔日到 2013.01.01，故賠款有'13 年及'14 年發生且在'14 年來索賠之賠案=2100+1500=3600

(4) 2015 尾端保障(tail coverage)=1500+600+800=2900

12. (3 分)

給定下列資訊，請計算超額損失趨勢值：

理賠案號	損失金額
1	20,000
2	30,000
3	40,000
4	50,000
5	60,000

- 基本限額：30,000
- 完全限額下之損失幅度趨勢值：5%

【參考解答】

超額損失趨勢因子 = $((\text{損失} \times (1.0 + \text{損失趨勢因子}) - \text{限額}) / (\text{損失} - \text{限額}) - 1$

超額損失趨勢因子 = $\text{趨勢後超額損失金額} / \text{超額損失金額} - 1$

理賠案號	損失金額	超額損失	趨勢後損失	趨勢後超額損失
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	20,000	-	21,000	-
2	30,000	-	31,500	1,500
3	40,000	10,000	42,000	12,000
4	50,000	20,000	52,500	22,500
5	60,000	30,000	63,000	33,000
	60,000			69,000

故，超額損失趨勢因子 = $\text{趨勢後超額損失金額} / \text{超額損失金額} - 1$
 $= 69000 / 60000 - 1 = 15\%$

13. (3 分)

針對預期賠款法(Expected Claims Technique)

- (1) (2 分) 請舉 4 例說明常使用之時機。
- (2) (1 分) 試舉 2 例說明採用該方法可能面臨之挑戰。

【參考解答】

- (1) 1. 保險人針對新業務或新地區之計算
2. 過去歷史資料和未來估計較無關聯性
3. 累積已發生賠款因子過高
4. 現有資料無法用其他方法計算
5. 只有經過一法令環境變化後之最近幾年資料
- (2) 1. 決定適當之曝險基礎(Exposure base)
2. 根據曝險基礎來估計賠款資料

14. (3 分)

資料基準日為 2016/12/31，假設賠款至 60 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

事故年	滿期保費	至基準日已報賠款	預期損失率	
2013	200	100	75%	
2014	1000	1000	75%	
2015	1500	900	75%	
2016	1600	700	75%	
	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-60</u>
LDF	1.280	1.100	1.050	1.060

(1) (1.5 分) 以 Development Technique 計算事故年 2016 IBNR。

(2) (1.5 分) 以 Bornhutter-Ferguson 方法計算事故年 2016 IBNR。

【參考解答】

(1) Development Technique

	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-60</u>
LDF	1.280	1.100	1.050	1.060
CDF	1.567	1.224	1.113	1.06

事故年	至基準日已報賠款	CDF	最終賠款	IBNR
2013	100	1.06	106	6
2014	1000	1.113	1113	113
2015	900	1.224	1101.6	201.6
2016	700	1.567	1096.9	396.9
				717.5

(2) Bornhutter-Ferguson

事故年	滿期保費	預期損失率	預期最終賠款	CDF	1-1/CDF	IBNR
2013	200	75%	150	1.06	0.057	8.550
2014	1000	75%	750	1.113	0.102	76.500
2015	1500	75%	1125	1.224	0.183	205.875
2016	1600	75%	1200	1.567	0.362	434.400
						725.325

15. (5 分)

資料基準日為 2013/12/31，假設賠款至 48 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。（單位:元）

事故年	累積再保前已發生損失			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2014	3,500	8,120	12,180	15,000
2015	3,500	7,800	10,465	
2016	3,300	7,656		
2017	3,200			

事故年	累積再保後已發生損失			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2014	2,345	5,440	8,161	10,050
2015	2,450	5,460	7,326	
2016	2,409	5,589		
2017	2,496			

(1) (1 分)

請問每年再保架構為何？

(2) (2 分)

損失發展因子請依簡單平均法 (Simple average) 計算，計算依發展法 (Development Technique) 之意外年 2017 年再保前 IBNR 準備金。

(3) (1 分)

損失發展因子請依簡單平均法 (Simple average) 計算，計算依發展法 (Development Technique) 之意外年 2017 年再保分出 IBNR 準備金。

(4) (1 分)

承第上題，此數據將帳列資產負債表哪一科目？

【參考解答】

(1) 再保比例

事故年	再保比例			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2010	67%	67%	67%	67%
2011	70%	70%	70%	
2012	73%	73%		
2013	78%			

(2) 累積再保前已發生損失 LDF

事故年	累積再保前已發生損失LDF		
	12-24	24-36	36-48
2014	2.320	1.500	1.232
2015	2.229	1.342	
2016	2.320		
簡單平均	2.290	1.421	1.232

意外年 2017 年再保前 IBNR 準備金=3200*(2.29*1.421*1.232-1)=9628.924

3. 意外年 2017 年再保分出 IBNR 準備金=9628.924*(1-78%)=2118.363

4. 資產負債表中“資產項”分出未付賠款準備金-IBNR”中。

16. (4 分)

某一公司賠款報案如下：(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)

事故年	累積已結案件數(Closed)			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2014	500	600	800	840
2015	600	800	925	
2016	625	750		
2017	650			

事故年	累積已結案未付款件數(Closed with no payment)			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2014	30	80	105	120
2015	55	105	130	
2016	35	60		
2017	40			

事故年	最終已賠付損失幅度		
2014		\$3,000	
2015		\$3,200	
2016		\$3,350	
2017		\$3,500	

假設已發生賠款 48 個月後之長尾發展因子為 1.0，請以損失頻率/損失幅度法 (Frequency-Severity Technique) 計算各事故年最終賠款，其中各年度累積發展因子請以 volume-weighted 法計算。

【參考解答】

各年度累積發展因子

事故年	累積已結案有付款件數(Closed with payment)			
	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2014	470	520	695	720
2015	545	695	795	
2016	590	690		
2017	610			

	12-24	24-36	36-48
LDF	1.187	1.226	1.036
CDF	1.507	1.27	1.036

$$\text{LDF } 12/24 = (520 + 695 + 690) / (470 + 545 + 590) = 1.187$$

$$\text{CDF } 12/24 = 1.036 * 1.226 * 1.187 = 1.507$$

各年度最終賠款

事故年	損失幅度	累積件數	CDF	最終損失
2014	\$3,000	720	1	\$2,160,000
2015	\$3,200	795	1.036	\$2,635,584
2016	\$3,350	690	1.27	\$2,935,605
2017	\$3,500	610	1.507	\$3,217,445

17. (4 分)

某保險公司提供下列資訊：

意外年度	累積已付賠款(含 salvage and subrogation) (\$000)		
	12 mnoths	24 Months	36 Months
2014	180	198	207
2015	135	149	
2016	150		

意外年度	salvage and subrogation (\$000)		
	12 mnoths	24 Months	36 Months
2014	24	26	26
2015	21	23	
2016	23		

- 36 個月後已付賠款不再發展
- 24 個月後已不再收到 salvage and subrogation

請採用 ratio approach 計算意外年度之最終賠款 (net of salvage and subrogation)。

【參考解答】

Ratio	12 months	24 Months	36 Months	
2014	0.133	0.129	0.123	
2015	0.156	0.152		
2016	0.150			
Ratio Development	12-24	24-36	36-ult.	
2014	0.966	0.957		
2015	0.977			
2016				
Average	0.972	0.957		
CDF	0.930	0.957	1	
Paid Claim	12-24	24-36	36-ult.	
2014	1.100	1.045	1.000	
2015	1.100			
Average	1.100	1.045	1.000	
CDF	1.150	1.045	1	
	Ult. Losses	Ult. Ratio	Ult. S&S	Net Ult. Losses
AY2014	207	0.123	25.500	181.500
AY 2015	$148.5 \times 1.045=155.182$	$0.152 \times 0.957=0.145$	22.573	132.61
	$150 \times 1.15=172.5$	0.14	24.06	148.44
			Total	462.552

18. (3 分)

給定下列資訊，評估日為 2016/12/31：

意外年度	On Level 滿期 保費	已報賠款 (Reported Claims)	最終損失 發展因子	Expected Claims Ratio
2013	25,500	11,500	1.06	57.90%
2014	26,200	12,500	1.10	57.90%
2015	28,250	10,500	1.35	57.90%
2016	31,500	12,000	1.80	57.90%

(1) (2 分)

請採用 Benktander technique 計算意外年度 2016 年的 IBNR。

(2) (1 分)

Benktander technique 可以視為採其他各方法以可信度加權之結果，請簡述之。

【參考解答】

(1)

$BF \text{ Ultimate} = 31500 * 0.579 * (1 - 1/1.8) + 12000 = 20106$
$Benktander \text{ IBNR} = 20106 * (1 - 1/1.8) = 8936$

(2)

Accepted Answer 1

The Bornhuetter-Ferguson and Development techniques

Accepted Answer 2

BF Technique and Chain-Ladder Technique

Accepted Answer 3

Development Technique/Expected Claims Technique

19. (5 分)

給定下列資訊，評估日為 2016/12/31：

意外年度	滿期保費	On level adjustment	已報賠款 @2016/12/31	最終損失發展因子
2011	36,000	0.950	25,920	1.000
2012	37,000	0.900	26,743	1.010
2013	37,500	0.900	26,471	1.020
2014	40,000	0.900	26,667	1.050
2015	42,000	0.900	24,850	1.200
2016	45,000	1.000	23,885	1.300

假設：

- 年保費趨勢率為 3%
- 理賠條件並未改變
- 預期最終損失率為 80%

(1) (1 分)

請解釋 Cape Cod method 及 Bornhuetter-Ferguson(B-F) method 的主要差異？

(2) (4 分)

試根據上列資料計算 2016/12/31，採用 Cape Code 與 B-F method 法的 IBNR？

(3) (2 分)

就下列情形試說明採用 Cape Cod 方法與 B-F 方法對所計算出之 IBNR 相較實際所需之 IBNR 是高估或低估？

- A. 損失率逐年增加 (1 分)
- B. 該公司對已報未決賠款準備金採愈來愈保守之策略(1 分)

【參考解答】

(1)Cape Cod and B-F 的主要差異是期望最終損失率的決定方式，Cap Cod 最終損失率來自過去經驗計算出而 B-F 則是精算人員根據過去經驗獨立判斷出

(2)Cape cod

Accident Year	Earned Premium	On level adjustment	On level Earned Premium	Reported Claims @2014/12/31	Pure Premium Trend	Adjusted Claims @2014/12/31	Reported CDF to Ultimate	% of Ult.	Used Up Premium	Estimated Claim Ratio	Estimated Unadjusted
2011	36,000	0.95	34,200	25,920	1.159	30,041	1.000	100.0%	34,200	87.8%	68.2%
2012	37,000	0.90	33,300	26,743	1.126	30,112	1.010	99.0%	32,967	91.3%	66.5%
2013	37,500	0.90	33,750	26,471	1.093	28,932	1.020	98.0%	33,075	87.5%	68.5%
2014	40,000	0.90	36,000	26,667	1.061	28,293	1.050	95.2%	34,272	82.6%	70.6%
2015	42,000	0.90	37,800	24,850	1.030	25,596	1.200	83.3%	31,487	81.3%	72.7%
2016	45,000	1.00	45,000	23,885	1.000	23,885	1.300	76.9%	34,605	69.0%	83.2%
Total			220,050	154,534		166,859			200,606	83.2%	

Accident Year	Earned Premium	Estimated Claim Ratio	Estimated Expected Claims	Reported To Ult.	% Unreported	IBNR
2011	36,000	68.2%	24,544	1.000	-	-
2012	37,000	66.5%	24,599	1.010	0.010	246
2013	37,500	68.5%	25,684	1.020	0.020	514
2014	40,000	70.6%	28,222	1.050	0.048	1,355
2015	42,000	72.7%	30,525	1.200	0.167	5,098
2016	45,000	83.2%	37,430	1.300	0.231	8,646
Total						15,858

B-F

Accident Year	Earned Premium	Estimated Claim Ratio	Estimated Expected Claims	Reported To Ult.	% Unreported	IBNR
2011	36,000	80.0%	28,800	1.000	-	-
2012	37,000	80.0%	29,600	1.010	0.010	296
2013	37,500	80.0%	30,000	1.020	0.020	600
2014	40,000	80.0%	32,000	1.050	0.048	1,536
2015	42,000	80.0%	33,600	1.200	0.167	5,611
2016	45,000	80.0%	36,000	1.300	0.231	8,316
Total						16,359

(3)

- A. B-F 計算出之 IBNR 不會改變，相較所需之 IBNR 低估; Cape Cod IBNR 會增加但相較所需之 IBNR 仍低估
- B. B-F 計算出之 IBNR 不會改變，相較所需之 IBNR 高估; Cape Cod IBNR 會增加但相較所需之 IBNR 高估且較 B-F method 高估多

20. (5 分)

你擁有 2012-2015 事故年度損失資料，於發展 12 個月後的數據：

事故年	已付賠款 (\$000)	已報賠款 (\$000)	結案件數	未決件數
2012	\$19,376	\$34,598	\$5,600	\$3,044
2013	\$35,556	\$76,690	\$10,000	\$7,278
2014	\$51,038	\$103,672	\$13,800	\$8,238
2015	\$68,186	\$148,230	\$17,750	\$11,088

(1)(2 分)

請以上列數據測試個案賠款準備的適足性並詮釋之。

(2)(2 分)

請利用 Berquist-Sherman technique for case reserve adequacy 計算各事故年度調整後的已報賠款。

(3)(1 分)

(承上題)倘若精算人員並未對於個案賠款準備金作調整，請詳述若採鏈錫法 (chain ladder) 估計最終賠款的影響性？

【參考解答】

(1)

事故年	個案賠款 準備 (\$000)	平均 未決金額	未決 變化趨勢	平均 結案金額	結案趨勢
2012	\$15,222	\$5,000.66		\$3,460	
2013	\$41,134	\$5,651.83	13.0%	\$3,556	2.8%
2014	\$52,634	\$6,389.17	13.0%	\$3,698	4.0%
2015	\$80,044	\$7,218.98	13.0%	\$3,841	3.9%
				選定	4%

比較未決賠案及已結案的損失幅度變化趨勢，發現未決的趨勢遠高於已結案的趨勢值。較高的趨勢值顯示個案賠款準備金的適足性水平已經改變。

(2)

選定損失幅度趨勢因子為 4%

事故年	調整後平均未決 金額	調整後未決賠款準 備(\$000)	調整後已報賠款 (\$000)
-----	---------------	----------------------	--------------------

2012	\$6,417.64	\$19,535.31	\$38,911.31
2013	\$6,674.35	\$48,575.91	\$84,131.91
2014	\$6,941.32	\$57,182.62	\$108,220.62
2015	\$7,218.98	\$80,044.00	\$148,230.00

(3)

若個案賠款準備金未做調整，用過往已發生損失三角形資料，將會高估未來的損失發展，導致高估最終賠款。

21. (5 分)

你擁有以下資訊：

事故年	累計承保及再保分入(Gross)已發生賠款(\$000,000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2014	\$40	\$80	\$120
2015	\$30	\$60	
2016	\$36		

事故年	累計自留已發生賠款(\$000,000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2014	\$32	\$64	\$60
2015	\$28	\$48	
2016	\$22		

- 每一個事故年度都安排了比例型再保險合約，分出率為 20%
- 每個事故年度都在比例型分出後，另安排了累積停損再保險合約 (Aggregate stop loss)，起賠點\$60,000,000
- 假設承保及再保險分入的數據是正確的

(1) (2 分)

請重新檢視上面的兩個損失三角形，並配合再保合約安排將自留損失三角形調整成合理的數字。

(2) (1.5 分)

請詳述如何估計承保及再保險分入、分出以及自留的最終賠款。

(3) (1.5 分)

請預測承保及再保險分入已發生賠款的尾端因子以及分出已發生賠款的尾端因子之間的關係。並說明比例型再保合約以及超賠合約對於前述尾端因子的影響。

【參考解答】

(1)

事故年	調整後的自留已發生賠款(000)		
	12	24	36
2014	$\$32 = \min(\$40 \times (1-20\%), \$60)$	$\$60 = \min(\$80 \times (1-20\%), \$60)$	$\$60 = \min(\$120 \times (1-20\%), \$60)$
2015	$\$24 = \min(\$30 \times (1-20\%), \$60)$	$\$48 = \min(\$60 \times (1-20\%), \$60)$	
2016	$\$28.8 = \min(\$36 \times (1-20\%), \$60)$		

(2)

先以損失發展法由 Gross 損失三型估算出各事故年最終賠款，並利用前面第一小題的解法計算出各事故年度的自留最終賠款(先算比例後自留賠款再考慮超賠)，分出的最終賠款即為 Gross 最終賠款減去 Net 最終賠款

(3)

比例型再保險合約並不會影響到 Gross 與分出的尾端因子的發展(在比例型合約下，Gross 與分出的尾端因子會相同)，然而超賠合約會導致分出的尾端因子大於 Gross 的尾端因子，這是因為只要賠款達到了起賠點，則超過起賠點的部分會全部在分出做損失發展

22. (4 分)

下表彙整了用多種不同方法所預估出所有事故年度於 2016/12/31 底之的最終賠款：

方法	最終賠款
預期損失率法	12,450
已報損失發展法	15,000
已付損失發展法	12,000
已報 Berquist-sherman	12,525
已付 Berquist-sherman	12,225
已報 Bornhutter-Ferguson	14,250
已付 Bornhutter-Ferguson	12,150

(1)(2 分)

請描述出潛在的作業改變，以解釋上表數據的結果。

(2)(2 分)

請以準備金精算師的立場，找出二個應該詢問理賠部門的問題，以更加强了解作業改變對於上題的未付賠款估計所造成的影響。

【參考解答】

(1)

由數據看來應該是由於個案準備金適足性的增加所致。以已報損失發展法所得數據最高，與個案準備金適足性改變所可能造成的結果具一致性。

以已付方法估計以及預期損失率法估計出的結果相近，而前述這些方法都不會受到個案準備金適足性改變所影響。

另外，以已報 B-S 法所估計出的最終賠款低於已報損失發展法，意味著個案賠款準備金之適足性已有改變。

(2)

與個案賠款準備金適足性改變的相關問題皆可，例如：

- A.最近是否有對於立案及重估個案賠款準備金的方針做改變?
- B.個案賠款準備金的公式是否有調整?
- C.最近是否有雇用比較有經驗的理賠人員?

23. (5 分)

你擁有以下的資訊：

曆年度	曆年度已付不可分配 賠償費用 (ULAE)	曆年度已付賠款及可分配 賠償費用	事故年度預期最終 賠款及可分配賠償 費用
2012	\$9,640	\$30,000	\$160,000
2013	\$10,270	\$48,000	\$132,000
2014	\$12,039	\$60,000	\$155,000
2015	\$13,143	\$85,000	\$180,000
2016	\$15,286	\$100,000	\$200,000

- 60%的預期最終不可分配賠償費用(ULAE)是花費在開案
- 40%的預期最終不可分配賠償費用(ULAE)是花費在維持費用
- 10%的最近一個事故年度預期最終賠款與可分配賠償費用是屬於純 IBNR

請利用簡化廣義法(Simplified Generalized Method)計算出推定的 ULAE 準備金。計算比率時，請四捨五入至小數點第三位。

【參考解答】

曆年度	已付 ULAE	已付賠款&ALAE	事故年度預期最		比率
			終賠款及可分配 賠償費用	賠案基礎	
	(1)	(2)	(3)	(4)=60%x(3)+40%x (2)	(5)=(1)/(4)
2012	\$9,640	\$30,000	\$160,000	\$108,000	8.9%
2013	\$10,270	\$48,000	\$132,000	\$98,400	10.4%
2014	\$12,039	\$60,000	\$155,000	\$117,000	10.3%
2015	\$13,143	\$85,000	\$180,000	\$142,000	9.3%
2016	\$15,286	\$100,000	\$200,000	\$160,000	9.6%
合計	\$60,378	\$323,000	\$827,000	\$625,400	9.7%

選定比率

9.7%

$$\text{純 IBNR} = 10\% \times \$200,000 = \$20,000$$

因此，ULAE 準備金

$$= 9.7\% \times [60\% \times \$20,000 + 40\% \times (\$827,000 - \$323,000)] = \$20,719$$