C5 精算模型

選擇題 40 題:(每題 2.5 分)

1.(　2　) 已知下列：

(i) 有 350 件賠案，共計 300,000 元。

(ii) The manual premium M = 1,000.

(iii) The credibility factor Z = 0.809.

請計算 credibility premium 值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜880

(2)　880≦該值＜890

(3)　890≦該值＜900

(4)　該值≧900

2.(　3　) 某一組被保險人理賠金額服從 Uniform 分配，且不超過某一未知限額θ，而θ的 prior 分配如下：

$\pi(\theta)=\dfrac{500}{\theta^2}$，其中$\theta$＞500.

今已知兩個獨立的理賠金額 400 及 600，請計算下一個理賠金額超過 550 的機率，而該機率下列敘述何者為真？

(1)　該機率＜0.30

(2)　0.30≦該機率＜0.31

(3)　0.31≦該機率＜0.32

(4)　該機率≧0.32

3.(　4　) 某 right-censored 數據之死亡率研究資料如下：

Time t_j	Number of deaths s_j	Number at risk r_j
3	1	50
5	3	49
6	5	k
10	7	21

已知於時間 10 的 survival function 之 Nelson-Aalen estimate 為 0.575。

請計算 k 值，而該值下列敘述何者為真？

(1)　該值＜32

(2)　32≦該值＜34

(3)　34≦該值＜36

(4)　該值≧36

4.（ 1 ）已知損失金額服從 exponential 分配，且平均值為 θ。損失金額的隨機樣本如下：

損失金額範圍	損失件數
(0～100]	32
(100～200]	21
(200～400]	27
(400～750]	16
(750～1,000]	2
(1,000～1,500]	2

透過 matching at the 80^{th} percentile 來估計 θ，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜250

(2) 250≦該值＜255

(3) 255≦該值＜260

(4) 該值≧260

5.（ 3 ）已知如下：

類別	被保險人的人數	理賠件數的機率				
		0 件	1 件	2 件	3 件	4 件
I	3,000	1/3	1/3	1/3	0	0
II	2,000	0	1/6	2/3	1/6	0
III	1,000	0	0	1/6	2/3	1/6

某一隨機選出的被保險人在第一年有 1 件理賠，請計算該保險人於下一年度預期之理賠件數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜1.20

(2) 1.20≦該值＜1.25

(3) 1.25≦該值＜1.30

(4) 該值≧1.30

6.（ 1 ）已知下列：

(i) 電腦程式模擬 n=1000 個偽裝的 U(0, 1) 之 variate。

(ii) 將 variate 作 k = 20 個分組，且每組為等長的範圍。

(iii) $\sum_{j=1}^{20} O_j^2 = 51{,}850.$

對 U(0, 1)進行 Chi-square goodness-of-fit 檢定，請計算 Chi-square statistic 值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值≦37

(2) 37＜該值≦38

(3) 38＜該值≦39

(4) 該值＞39

7.(2)某一保單每年理賠件數的條件機率(於 $\Theta=\theta$ 之條件下)如下：

理賠件數	0	1	2
機率	2θ	θ	$1-3\theta$

而 Θ 的機率分配如下：

θ	0.05	0.30
機率	0.80	0.20

於第 1 年有 2 件理賠，請計算第 2 年理賠件數的 Buhlmann credibility estimate。

請計算 credibility premium 值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜1.65

(2) 1.65≦該值＜1.70

(3) 1.70≦該值＜1.75

(4) 該值≧1.75

8.(3)已知下列理賠件數之樣本：

0 0 1 2 2

配適滿足下列條件之 binomial(m, q)模型，

(i) 配適模型的平均值等於樣本的平均值。

(ii) 配適模型的 33^{rd} percentile 與樣本的 smoothed empirical 33^{rd} percentile 相等。

請計算滿足前述條件之 m 的最小估計值，該值為下列何者？

(1) 4

(2) 5

(3) 6

(4) 7

9.(4)某一探險任務：有 0.80 的機率將找不到寶藏(結果為 0)；有 0.20 的機率將發現寶藏，如發現寶藏，則結果均勻分佈於[1000, 5000]。採用 inversion method 來模擬結果，且均勻分佈於[0, 1]之大的隨機數對應大的結果。假設前兩次試驗的隨機數分別為 0.75 及 0.85。請計算這兩次試驗結果的平均值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜900

(2) 900≦該值＜950

(3) 950≦該值＜1,000

(4) 該值≧1,000

10.(3)一家四口每年每人的門診次數服從幾何分配，且平均值是 1.5，家庭成員每年每人的門診次數相互獨立。某一保險給付該家庭成員第 4 次開始的門診，其中門診給付為 100 元。請計算該保險每年支付該家庭的期望金額，下列有關該期望金額之敘述何者為真？

(1) 該期望金額＜326

(2) 326≦該期望金額＜328

(3) 328≦該期望金額＜330

(4) 該期望金額≧330

11.(1)已知某保險公司之資料如下：

(i) 每一被保險人的理賠件數服從 Poisson 分配。

(ii) 一半的被保險人預期每年有 2.0 件理賠。

(iii) 另外一半的被保險人預期每年有 4.0 件理賠。

某一隨機選出的被保險人於前兩個保單年度的每一年都提出 4 件理賠，請計算在下一個(第三個)保單年度，該保險人理賠件數的 Bayesian estimate，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜3.65

(2) 3.65≦該值＜3.75

(3) 3.75≦該值＜3.85

(4) 該值≧3.85

12.(4)某一離散型隨機變量(discrete random variable) X 的 pmf 如下：

X	0	1	2	3
$P(X \mid \theta)$	$\frac{\theta}{3}$	$\frac{1-\theta}{3}$	$\frac{2\theta}{3}$	$\frac{2(1-\theta)}{3}$

其中 0≦θ≦1，已知該分配之 7 個隨機樣本的觀察值為{2, 3, 0, 1, 1, 2, 3}，請計算 θ 的 Maximum Likelihood Estimation(MLE)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值≦0.415

(2) 0.415＜該值≦0.42

(3) 0.42＜該值≦0.425

(4) 該值＞0.425

13.(1)收集來自某一分配函數 $F(x)$的一組觀察數據如下：

區間	$F(c_j)$	觀察件數
x＜2	0.035	5
2≦x＜5	0.130	42
5≦x＜7	0.630	137
7≦x＜8	0.830	66
8≦x	1.000	50
合計		300

其中 c_j 為每一區間之上界，今進行假設檢定，請計算卡方統計量(Chi-square statistic)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜11.5

(2) 11.5≦該值＜12
(3) 12≦該值＜12.5
(4) 該值≧12.5

14.(2)已知下列資訊：
(i) 四件保單之賠款金額：300 300 800 1500
(ii) 保單賠款金額上限(Policy limit)：u = 2000
(iii) 假設賠款金額為分佈於[0, 2500]的 Uniform 分配。
請計算 Anderson-Darling 檢定統計量(Anderson-Darling test statistic)，下列有關該值之敘述何者為真？
(1) 該係數＜1.24
(2) 1.24≦該係數＜1.25
(3) 1.25≦該係數＜1.26
(4) 該係數≧1.26

15.(2)已知有關六個硬幣的資訊如下：

硬幣(θ)	出現正面之機率
1~4	0.50
5	0.25
6	0.75

隨機選擇一枚硬幣，然後重複投擲該硬幣。
X_i 表示第 i 個投擲結果，其中“1”表示正面，“0”表示反面，已知結果如下：
$S = \{X_1, X_2, X_3, X_4\} = \{1, 1, 0, 1\}$。
請採 Bayesian analysis 計算 $E(X_5 \mid S)$，而該值下列敘述何者為真？
(1) 該值＜0.56
(2) 0.56≦該值＜0.57
(3) 0.57≦該值＜0.58
(4) 該值≧0.58

16.(2)假設理賠頻率服從 Poisson 分配，其參數λ為 500(每年 500 次)，若使用 Normal 分配來進行估計，則觀察到理賠次數會超過 550 次的可能性有多少？
提供之判斷資訊如下：Φ(1.8)=0.9641，Φ(1.9)=0.9713，Φ(2.0)=0.9772，Φ(2.1)=0.9821，Φ(2.2)=0.9861，Φ(2.3)=0.9893，Φ(2.4)=0.9918，Φ(2.5)=0.9938，
(1) 0.9778
(2) 0.9875
(3) 0.9897
(4) 0.9935

17.(　3　)X1、X2、X3、X4 及 X5 皆服從 Gamma 分配，其參數(α, θ)分別為 (1,0.1)、(2,0.1)、(3,0.1)、(4,0.1)、(5,0.1)，若 S=X1+X2+X3+X4+X5，求其 moment generation function MS(3)=?

(1) 9.31

(2) 35.4

(3) 210.63

(4) 300.91

18.(　1　)X 服從 Pareto 分配，其參數(θ, α)為(100,5)，求其 E(X∧π0.90) 及 TVaR90% =?

a.　21.038，98.111

b.　21.038，213.986

c. 39.228，98.111

d. 39.228，213.986

(1) a

(2) b

(3) c

(4) d

19.(　2　) 若有一負二項分配，其參數β=0.4，γ=5，若使用 pk/pk-1 = a+b/k 之公式，且 p0 = (1+β)- γ，則 zero-truncated random varible 之 P2T=?

(1) 0.23887

(2) 0.27966

(3) 0.25277

(4) 0.28727

20.(　4　)對一風險，在單一的暴露期間內，理賠可能次數及其機率如下表，

理賠次數	機率
0	70%
1	20%
2	10%

假如只有 1 次理賠發生，理賠金額為 100 的機率為 70%，理賠金額為 150 的機率為 30%，假如有 2 次理賠發生，每一次理賠金額的大小是彼此獨立的，而且理賠金額為 100 的機率為 60%，理賠金額為 150 的機率為 40%，求此風險的純保費變異數?

(1) 3,865

(2) 4,356

(3) 5,500

(4) 6,421

21.(4)給定以下資訊：

- 理賠次數服從 Poisson 分配。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	50%
30	30%
60	20%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 5%之內的理賠次數較接近?

(1) 300
(2) 600
(3) 1,500
(4) 2,400

22.(1)給定以下資訊：

- 理賠次數服從負二項分配，且變異數是平均數的 2 倍。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	60%
30	30%
50	10%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 10%之內的理賠次數與下列那個答案較接近?

(1) 1,000
(2) 2,000
(3) 3,000
(4) 4,000

23.(1)有 100 個多種不同面數的骰子，其中有 60 個是 4 面的，有 30 個是 6 面的，有 10 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，請問假設平均數的變異數(VHM)=?

(1) 0.45
(2) 0.61
(3) 0.67
(4) 0.69

24.(4) 有 50 個多種不同面數的骰子，其中有 20 個是 4 面的，有 10 個是 6 面的，有 20 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，4 面的平均數為 2.5，6 面的平均數為 3.5，8 面的平均數為 4.5，請問假設平均數的變異數(VHM)=?

(1) 0.60

(2) 0.69

(3) 0.76

(4) 0.80

25.(2)使用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 理賠 0 次的機率為 4/6，理賠 1 次的機率為 2/6，骰子 A_2 理賠 0 次機率的為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	50	100
B_1	0.5	0.5
B_2	0.5	0.5

單次的觀察包含從 A_1 及 A_2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費過程變異數的期望值(EPV)為何?

(1) 1024.46

(2) 1,588.54

(3) 1669.38

(4) 1932.46

26.(2)用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 的理賠 0 次機率為 3/6，理賠 1 次機率為 3/6，骰子 A_2 的理賠 0 次機率為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	30	100
B_1	0.8	0.2
B_2	0.6	0.4

單次的觀察包含從 A1 及 A2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費假設平均數的變異數(VHM)為何?

(1) 6.25

(2) 12.25

(3) 23.66

(4) 32.12

27.（ 2 ）有三個大水桶，每個水桶有無限多的球，編號 1 水桶的球，都標示數字 1，編號 2 水桶的球，都標示數字 0，編號 3 水桶的球，有 50%標示數字 0，50%標示數字 1。隨機選一個水桶並由其中選出 10 個球，請問若 10 個球皆為 0，使用 Buhlmann 可信度估計由此水桶再選出一球，其期望值=？

(1) 0.0168
(2) 0.0238
(3) 0.0385
(4) 0.0455

28.（ 3 ）令 X 是單次試驗的結果，且令 $E[X_2 | X_1]$為第 2 次試驗結果的期望值，並有以下資訊：

試驗結果 = T	$P(X_1=T)$	$E[X_2 \| X_1=T]$的貝式估計值
1	5/8	1.4
4	2/8	3.6
8	1/8	?

請問 $E[X_2 | X_1=8]$ = ？

(1) 2.4
(2) 4.60
(3) 6.8
(4) 8.0

29.（ 3 ）有 100 個多種不同面數的骰子，其中有 50 個是 4 面的，有 30 個是 6 面的，有 20 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，若隨機抽取一個骰子，如果丟出 6，則該骰子下次丟擲結果的期望值=？

(1) 3.50
(2) 3.700
(3) 3.833
(4) 3.929

30.（ 2 ）有以下資訊：

某保單組合由 5,000 個獨立且有相同分配的風險所組成。

每個風險的理賠次數服從具有變異數 λ 的 Poisson 分配。

最近暴露期間前，λ 假設為具有參數(α, θ)的 Gamma 分配，α=500，θ=1,000。

最近暴露期間中，觀察到以下的損失經驗：

理賠次數	風險個數
0	4,530
1	415

2	45
3	10

請問λ事後分配的平均數 = ?

(1) 0.1070
(2) 0.1725
(3) 0.2070
(4) 0.5000

31.(4) 已知:
損失是 compound Poisson 過程. 損失頻率 poisson λ = 10 per day.
損失幅度是指數分配 with θ = 15,000.
損失大於 50,000 視為大損失, 計算 30 天內發生 9 大損失的機率

(1) Less than 5%
(2) At least 5%, but less than 7.5%
(3) At least 7.5%, but less than 10%
(4) At least 10%

32 (4)某甲去 A 餐廳用餐後,有 95%機率日後會再來
. 今日某甲去 B 餐廳用餐後,日後某甲再去 B 餐廳用餐,僅去 7 次的機率是多少?
(1) 2.0%
(2) 2.5%
(3) 3.0%
(4) 3.5%

33. (2)損失幅度分配 follows: 第 1 動差 = 3, 第 2 動差 = 50, 第 3 動差 = 2000.
試算 skewness.

(1) less than 6
(2) at least 6 but less than 6.2
(3) at least 6.2 but less than 6.4
(4) at least 6.4

34. (3)經紀人獲得一個 bonus 是根據 losses, L,
L 是 Pareto 分配 α= 3 and θ = 600,000.
經紀人的 bonus 計算公式為 (650,000 – L)/3 , 計算數值為正數,否則為 0
計算 bonus 的期望值?.
(1) Less than 100,000

(2) At least 100,000, but less than 120,000
(3) At least 120,000, but less than 140,000
(4) At least 140,000

35. (4)已知損失分配的密度函數
f(x) = (1/1000) e-x/1000, 0 < x < ∞.
設 500 為自負額 每年預期有 10 個損失超過自負額
試算新自負額值為何? 會產生 2 倍 loss elimination ratio (LER).
(1) Less than 550
(2) At least 550, but less than 850
(3) At least 850, but less than 1,450
(4) At least 1,450

36. (1) 已知:
有 12 罐子每個罐子有 10 個石頭,其中 n 罐子含有 3 個紅色石頭及 7 個黑色石頭
其餘 12-n 罐子含有 6 個紅色石頭及 4 個黑色石頭.
隨機選一罐子並且從該罐子中拿一石頭,結果是紅色石頭.
如果從該罐子中再重新拿一石頭, 依據 Bayesian analysis 估計第 2 次拿到的還是紅色石頭的機率是 0.54. 請計算 n.
(1) 4
(2) 5
(3) 6
(4) 7

37. (2) 一保險公司提供 group of independent lives:

Number of Lives	Death Benefit	Probability of Death
100	1	0.01
200	2	0.02
300	3	0.03

保險公司僅對 Benefit 3 購買再保險 Benefit 1,2 自留.
再保人定價為 H 為 承擔風險的預期損失 加 承擔風險損失的標準差.
保險人定價為 G 為 預期損失 加 損失的標準差 加 H .
Determine G.

(1) 44
(2) 46
(3) 70

(4) 94

38. (2) 出險頻率是 Poisson 分配.用 3 年的資料去計算純保費
假設每年平均有 36 個賠案, 對純保費估計有 20% 可信度. 假如完全可信的標準是
90% 的機率誤差不超果過 5% . 試算損失幅度的 CV 為何?
(1) Less than 1.1
(2) At least 1.1, but less than 1.4
(3) At least 1.4, but less than 1.7
(4) At least 1.7

39. (4) 已知:
(i) 理賠次數是 Poisson 分配
(mean λ, where λ has a gamma 分配 with $\alpha= 4$ and $\theta= 0.5$).
(ii) 個別賠案大小是獨立且均匀 0 to 500 分配.
(iii) 完全可信的標準是 累積損失 within 10% of the expected
with probability 0.98.
用古典可信度, 計算完全可信的標準所需的理賠次數.

(1) 700
(2) 800
(3) 900
(4) 1000

40. (4) 已知: 100 個 Risk 理賠次數如下

Number of Claims	Number of Risks
0	80
1	20

- 虛無假設, H0,每一危險的理賠次數是 Bernoulli 分配 with mean q.
- A chi-square test is performed.
- The critical value for a 1% significance level is 6.635.

請計算最小 q for which H0 will not be rejected at the 0.01 significance level.

(1) Less than 0.08
(2) At least 0.08, but less than 0.09
(3) At least 0.09, but less than 0.10
(4) At least 0.10