

G1 基礎費率釐訂與準備金

1. (4 分)

已知下列資訊：

- 經驗期間現行費率水準下之趨勢化滿期保費(on-level trended earned premium)=\$550,000。
- 經驗期間趨勢化已發展賠款及理賠費用(trended and developed losses and LAE)=\$350,000。
- 經驗期間滿期曝露數(earned exposure)=12,000。
- 經驗期間固定費用(Fixed expenses for the experience period)=\$20,000。
- 變動費用率(variable expense provision)=25%。
- 利潤率(Profit and contingency factor)=5%。

(a) (1 分)

請使用損失率法(the loss ratio method)，計算平均可調整費率幅度(the indicated average rate level change)。

(b) (1 分)

請使用純保費法(the pure premium method)，計算平均可調整費率(the indicated average rate)。

(c) (2 分)

請各簡述兩種損失率法及純保費法不能使用的情形。

【參考解答】

(a) the indicated average rate level change

$$=(350/550+20/550)/(1-25\%-5\%)-1$$
$$=-3.9\%$$

(b) the indicated average rate

$$=(350/12+20/12)/(1-25\%-5\%)$$
$$=\$44.05$$

(c) 兩種損失率法及純保費法不能使用的情形如下範例：

損失率法不能使用的情形：

- ✓ 保費無法調整為現行費率水準(on-level premium)
- ✓ 以前沒有費率之新的地區或新的險種(商品)
- ✓ 當保費資料無法獲得時
- ✓ 當歷史損失率資料無法獲得時
- ✓ 當保費或賠款趨勢無法確定時
- ✓ 沒有滿期保費時

純保費法不能使用的情形：

- ✓ 在風險曝露期間，曝露數無法清楚的定義
- ✓ 曝露數不可獲得時
- ✓ 純保費法假設變數間為均勻分佈，假如一個變數與其他變數有高度相關性時，純保費法不能使用

曝露數的組成正在改變時，且曝露數沒有被調整時

2. (7 分)

已知下列保險商品相關資訊：

- 商品開始銷售日為 2014 年 1 月 1 日。
- 全部保單均為一年期。
- 在 2015 年每一暴露數平均簽單保費=3,000 元。
- 簽單暴露數均勻分佈於整年度。
- 於 2016 年已付一筆 3 佰萬元的大賠案，且賠付該筆賠案後核保手冊已修改，預期未來該類型賠案不會發生。
- 預期 36 個月以後損失發展因子為 1.000。
- 最近損失發展對角線之損失發展因子代表未來損失發展。(The age-to-age factors in the latest diagonal are representative of future loss development)
- 新費率假設 3 年期間有效。

年損失成本趨勢值	3%
年保費趨勢值	0%
固定費用率	0%
變動費用率	25%
利潤率	2%
可分配理賠費用率(ALAE provision, of loss)	15%
不可分配理賠費用率(ULAE provision, of loss)	5%

費率調整紀錄	
生效日	調整幅度
2016年7月1日	12.0%
2017年7月1日	7.0%

曆年度	簽單暴露數
2014	1,000
2015	1,200
2016	1,150
2017	1,250

累積已報損失(仟元)

意外年度	12	24	36
2015	2,200	2,200	2,250
2016	4,250	4,950	
2017	1,750		

假設上述損失資料為完全可信度，請採用最近三個意外年經驗資料，計算 2019 年 1 月 1 日生效新費率之費率可調整幅度(indicated rate change)。

【參考解答】

意外年度	累積已報損失(仟元)		
	12	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	1,250	2,200	2,250
2016	1,250	1,950	
2017	1,750		
	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-ult</u>
LDF	1.5600	1.0227	1.0000
CDF	1.5955	1.0227	1.0000

意外年度	已發生賠款	CDF	趨勢值	趨勢期間	趨勢化最終賠款
2015	2,250	1.0000	1.030	5.5	2,647.20
2016	1,950	1.0227	1.030	4.5	2,278.04
2017	1,750	1.5955	1.030	3.5	3,096.37
合計					8,021.62

意外年度	滿期暴露數	純保費
2015	1,100.0	2,406.55
2016	1,175.0	1,938.76
2017	1,200.0	2,580.31
合計	3,475.0	2,308.38

$$\begin{aligned} \text{總保費} &= \text{純保費} \times (1 + \text{固定費用率} + \text{ALAE} + \text{ULAE}) / (1 - \text{變動費用率} - \text{利潤率}) \\ &= 3,794.59 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{現行總保費} &= \text{平均簽單保費} \times (1 + 12\% + 7\%) \\ &= 3,595.20 \end{aligned}$$

$$\text{費率可調整幅度} = 5.55\%$$

3. (4 分)

已知下列某公司之相關資訊：

- 所有保單皆為一年期。
- 對於一年內所有已報案賠款中，有 50%的最終賠款是發生在同一年度，有 30%的最終賠款發生在前一年度，及有 20%的最終賠款發生在前二年度。
- 報案年度損失成本之年趨勢值為 5%。
- 公司保單之簽單時間為均勻分佈。
- 曝露數具有一致性(exposure levels are constant)。
- 對於報案年度 2013 年而言，賠案發生於 2013 年之每一曝露單位損失成本為\$500。

請計算下列第(1)及(2)題之每一曝露單位損失成本：

(a) (1 分)

於 2016 年生效之發生基礎制保單(Occurrence policy)。

(b) (1 分)

於 2018 年 1 月 1 日生效，並追溯至 2017 年 1 月 1 日之索賠基礎制保單(Claim-made policy)。

(c) (2 分)

某一保戶於 2016 年 1 月 1 日自索賠基礎制保單轉換為發生基礎制保單，請計算其每一曝露單位之損失成本，使其承保保障沒有重覆或不足的情形。

【參考解答】

Report Year	Report Lag		
	0	1	2
2013	500.00	300.00	200.00
2014	525.00	315.00	210.00
2015	551.25	330.75	220.50
2016	578.81	347.29	231.53
2017	607.75	364.65	243.11
2018	638.14	382.88	255.27

(1)Occurrence policy loss cost= 1,198.73 (藍色部份合計)

(2)Claims-made polciy loss cost= 1,021.02 (橘色部份合計)

(3)From claim-made policy to occurrence policy for 1/1/2016 :

The total loss cost= 578.81 + 638.14 = 2,020.66

4.(8 分)

分類費率方式中，包含有單變量 (univariate) 方法及多變量 (multivariate) 方法，請回答下列問題：

(a) (1 分)

屬單變量 (univariate) 方法的 one-way pure premium approach，有何缺點？

(b) (1 分)

承(a)，請任舉一個屬單變量 (univariate) 方法，有考量到費率因子間相關性，所計算出結果應為較無偏差之 approach？

(c) (5 分)

於二十世紀末崛起的 Minimum bias precedures，為一反覆計算至收斂的單變量 (univariate) 方法，請以下列例子以 Minimum bias precedures 計算之：

一汽車保險，費率架構為乘型，費率因子有兩個：性別與地區，其中性別分為男/女、地區分為市區/郊區，基礎費率 (base rate) 假設為 100，各分類之實際平均損失成本及曝露數如下：

實際平均損失成本	市區	郊區	合計
男	650	300	528
女	250	240	244
合計	497	267	400

暴露數	市區	郊區	合計
男	170	90	260
女	105	110	215
合計	275	200	475

假設性別費率因子中女性為基礎類別、地區費率因子中郊區為基礎類別，請以市區/郊區費率比 ($1.86 \div 497/267$) 為 seed (起算點)，計算一次 (one iteration) 後，兩費率因子各別標準化後之差比為何？基礎類別 (女/郊區) 之費率為何？

(d) (1 分)

有關多變量 (multivariate) 方法，相較於單變量 (univariate) 方法，請列舉任兩項優點。

【參考解答】

(a) 未考慮費率因子間的相關性 (correlation)。

(b) Loss ratio approach 或 Adjusted pure premium approach (任一皆可)。

(c) 假設性別：男/女差比為 g_1/g_2 、地區：市區/郊區差比為 t_1/t_2 ，可列出以下四式：

$$170*650+90*300=100*170*g_1*t_1+100*90*g_1*t_2 \text{ -- (一)}$$

$$105*250+110*240=100*105*g_2*t_1+100*110*g_2*t_2 \text{ -- (二)}$$

$$170*650+105*250=100*170*g_1*t_1+100*105*g_2*t_1 \text{ -- (三)}$$

$$90*300+110*240=100*90*g_1*t_2+100*110*g_2*t_2 \text{ -- (四)}$$

$t_1=1.86$ 、 $t_2=1$ 帶入第(一)式：

$$170*650+90*300=100*170*g_1*1.86+100*90*g_1*1$$

得到 $g_1 \doteq 3.39$

$t_1=1.86$ 、 $t_2=1$ 帶入第(二)式：

$$105*250+110*240=100*105*g_2*1.86+100*110*g_2*1$$

得到 $g_2 \doteq 1.72$

再將 $g_1=3.39$ 、 $g_2=1.72$ 帶入第(三)式、第(四)式：

$$170*650+105*250=100*170*3.39*t_1+100*105*1.72*t_1$$

得到 $t_1 \doteq 1.81$

$$90*300+110*240=100*90*3.39*t_2+100*110*1.72*t_2$$

得到 $t_2 \doteq 1.08$

→ 標準化後性別差比：男= $3.39/1.72 \doteq 1.97$ 、女= $1.72/1.72=1$

標準化後地區差比：市區= $1.81/1.08 \doteq 1.68$ 、郊區= $1.08/1.08=1$

基礎類別（女/郊區）費率= $100*1.72*1.08=185.76$

- (d)
- a.They consider all variables simultaneously, producing an automatic adjustment for exposure correlation.
 - b.They attempt to remove unsystematic effects in the data (also known as noise) and capture only the systematic effects (also known as signal) as much as possible.
 - c.They produce model diagnostics on the model's appropriateness and certainty of results.
 - d.They allow consideration of the interactions between variables.
- (任選其二)

5.(5 分)

以下為一勞工補償保險客戶之資訊：

Individual Claims Reported During the Experience Period
\$19,000
\$3,000
\$102,500
\$11,000

- Standard premium=\$435,000
- 3-year payroll=\$14,590,000
- Expected loss rate=2.4 per \$100 of payroll
- D-ratio=0.19
- Primary loss cap=\$5,000
- Primary credibility=0.75
- Excess credibility=0.15

在經驗費率計畫 (Experience rating plan) 下，請計算該客戶保單之保費。

【參考解答】

$$A_p = 5,000 + 3,000 + 5,000 + 5,000 = 18,000$$

$$A_e = 19,000 + 3,000 + 102,500 + 11,000 - 18,000 = 117,500$$

$$\text{Expected loss} = 2.4 * 14,590,000 / 100 = 350,160$$

$$E_p = 0.19 * 350,160 = 66,530.4$$

$$E_e = (1 - 0.19) * 350,160 = 283,629.6$$

Premium

$$= 435,000 * (18,000 * 0.75 + 66,530.4 * 0.25 + 117,500 * 0.15 + 283,629.6 * 0.85) / 350,160$$

$$\doteq 358,826.25$$

6.(4分)

給定下列資訊：

地區	現行費率水準下保費	趨勢化最終損失金額
一	45,000,000	36,000,000
二	55,000,000	33,000,000

- 預期損失率為 65%
- 所有費用皆為變動費用
- 監理機關針對單一地區費率之調幅上限為(+20%)

請使用損失率法 (loss ratio approach)，計算各地區之費率調幅。

【參考解答】

地區一之趨勢化最終損失率=36,000,000/45,000,000=80%

80%/65%-1≐(+23.08%) → 限制在(+20%).....地區一之費率調幅

地區二之趨勢化最終損失率=33,000,000/55,000,000=60%

60%/65%-1≐(-7.69%)

因地區一費率調幅限制在(+20%)，造成整體保費不足，需於地區二補足

→ 45,000,000*(23.08%-20%)/55,000,000=2.52%

(-7.69%)+2.52%≐(-5.17%).....地區二之費率調幅

7.(5 分)

精算單位最近收到個人保險部有關一責任保險商品之費率變更需求，需求如下：

- 整體費率要上升 25%
- 基本自負額\$100 要調整為\$200

精算單位經蒐集統計資料，釐定出下列結果：

<u>自負額(\$)</u>	<u>滿期保費(\$000)</u>	<u>Current 自負額差比</u>	<u>Proposed 自負額差比</u>
50	5,000	1.75	2.50
100	6,000	1.00	1.50
200	10,000	0.85	1.00
250	5,000	0.70	0.90

假設現行自負額\$100 的保險費是\$500，請計算出費率變更後四檔自負額之保險費分別為？

【參考解答】

Current 滿期保費(\$000)

$$=5,000+6,000+10,000+5,000=26,000$$

Proposed 滿期保費(\$000)

$$=5,000*(2.5/1.75)+6,000*(1.5/1)+10,000*(1/0.85)+5,000*(0.9/0.7) \doteq 34,336$$

$$\text{Proposed base rate(自負額\$200)}=500*1.25*(26,000/34,336) \doteq 473.26$$

$$\rightarrow \text{自負額\$50 保險費}=473.26*2.5=1,183.15$$

$$\rightarrow \text{自負額\$100 保險費}=473.26*1.5=709.89$$

$$\rightarrow \text{自負額\$250 保險費}=473.26*0.9 \doteq 425.93$$

8. (2 分)

給定一年期保單資訊如下：

保單	生效日	保費
1	2015/5/1	300
2	2015/9/1	480
3	2016/1/1	520
4	2016/8/1	600

其中保單 4 於 2017/4/30 註銷。

(a) (1 分)

計算 2016 年曆年制簽單保費與滿期保費。

(b) (1 分)

計算於 2017/12/31 時，2016 年保單年度制的簽單保費與滿期保費。

【參考解答】

(a)

$$CY2016 WP=520+600=1,120$$

$$CY2016 EP=300*4/12+480*8/12+520+600*5/12=1,190$$

(b) 因為於 2017/12/31 時，所有 2016 年生效之保單保費皆已發展完畢，故

$$PY2016 WP=PY2016 EP=520+600*9/12=970$$

9. (2 分)

XYZ 產險公司想要引進「車體顏色」當做新的費率因子，請用 Werner & Modlin 在「Basic Ratemaking」一書中提出評估費率因子的四個準則回答下列問題：

(a) (1 分)

提出兩個經營性準則(operational criteria)之考量，以評估「車體顏色」是否適合當作新的費率因子。

(b) (1 分)

提出兩個社會性準則(social criteria)之考量，以評估「車體顏色」是否適合當作新的費率因子。

【參考解答】

(a) (任選二)

Objective - 「車體顏色」的定義並不清楚，故並不符合客觀性考量。

Verifiable - 「車體顏色」可由 VIN(車身號碼)識別出廠顏色，或直接由外觀識別，故符合可識別性之考量。

Inexpensive to administer - 由 VIN(車身號碼)識別出廠顏色或直接由外觀識別，並不會有太昂貴之費用，故符合此考量。

(b)

Privacy - 因為使用車輛皆在公開之場合，故「車體顏色」並非個人隱私，故符合隱私性考量。

Causality - 因為「車體顏色」與損失之發生並未有因果關係，故未符合此考量。

10. (7 分)

給定 2017/12/31 資訊如下：

Calendar Year	滿期保費 (\$000)
2015	82,370
2016	93,020

過往費率變更	
生效日	費率變更
2014/7/1	4.7%
2015/7/1	-2.0%
2016/7/1	2.8%

Accident Year	Capped 在 2,000,000 限額下的已報賠款及 ALAE(\$000)		
	12 個月	24 個月.	36 個月.
2014	23,804	30,220	33,575
2015	41,475	55,170	
2016	46,761		

超額已報賠款及 ALAE 歷史資料		
Accident Year	趨勢後已報賠款及 ALAE(\$000)	
	未受限之賠款	超過限額 2,000,000 之賠款
2009	76,067	15,365
2010	65,776	2,717
2011	41,193	4,914
2012	92,516	40,539
2013	49,749	2,544

- 保單皆為一年期且假設簽發皆為均勻分布
- 年保費趨勢=3%
- 年損失幅度趨勢(Capped 在 2,000,000)= 3.2%
- 固定費用率=5%
- 變動費用率=24%
- 利潤率=4%
- ULAE 為損失(含 ALAE)之 4%
- 費率有效一年
- 第 36 個月後無損失發展
- 假設資料可信度為 100%

(a) (1 分)

計算事故年 2015 年及 2016 年在 2,000,000 限額下之最終賠款及 ALAE。

(b) (1 分)

以超額已報賠款及 ALAE 歷史資料計算超額損失因子(XS loss factor)。

(c) (4 分)

請用(a)及(b)所得到之結果，計算預計費率生效日為 2017/7/1 之費率調整幅度。

(d) (1 分)

請舉出一個原因，說明保險公司不會一次調足上題所計算出費率調幅之理由。

【參考解答】

(a)

AY	12-24	24-36	36-ult.
2015	1.270	1.111	
2016	1.330		
avg.	1.300	1.111	1

AY	ult. Losses & ALAE	
2015	$55170 * 1.111 * 1 =$	<u>61,294</u>
2016	$46761 * 1.3 * 1.111 =$	<u>67,537</u>

(b)

XS loss factor

AY	Unlimited	excess of 2,000,000	capped loss	XS loss factor
	(1)	(2)	(3)=(1)-(2)	(4)=1+(2)/(3)
2009	76,067	15,365	60,702	/
2010	65,776	2,717	63,059	
2011	41,193	4,914	36,279	
2012	92,516	40,539	51,977	
2013	49,749	2,544	47,205	
TOTAL	325,301	66,079	259,222	

(c)

一、損失部分

1. 考量趨勢之期間

AY	起	迄	期間年數
2015	2015/7/1	2018/7/1	3
2016	2016/7/1	2018/7/1	2

2. 趨勢化最終損失

AY	ult. Loss & alae	trend factor	XS loss factor	ulae factor	ult. Trended loss
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(1)*(2)*(3)*(4)
2015	61,294	1.099	1.255	1.040	87,923
2016	67,537	1.065	1.255	1.040	93,874

(1) from part(a).

(2) AY2015:[1+3.2%]³= 1.099

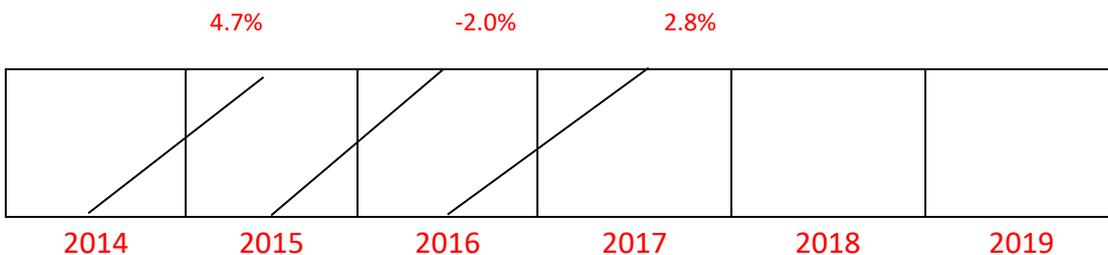
AY2016:[1+3.2%]²= 1.065

(3) from part(b).

(4) =(1+4%)

二、保費部份

1. 先計算 on-level factor



on-level factor for CY2015:

$$(1+4.7%)*(1-2%)*(1+2.8)/(0.125*1+0.75*(1+4.7%)+0.125(1+4.7%)*(1-2%))$$

$$= 1.016$$

on-level factor for CY2016:

$$(1-2%)*(1+2.8)/(0.125*1+0.75*(1-2%)+0.125(1-2.0%)*(1+2.8%))$$

$$= 1.022$$

2. 考量趨勢之期間

20XX 滿期保費的平均簽單日(20XX/1/1)至
新費率生期間效的平均簽單日(2018/1/1)

CY	起	迄	期間年數
2015	2015/7/1	2018/7/1	3
2016	2016/7/1	2018/7/1	2

3. 趨勢化 on-level premium

CY	EP	on-level factor	trend factor	trended on-level ep
	(1)	(2)	(3)	(4)=(1)*(2)*(3)
2015	82,370	1.016	1.093	91,419
2016	93,020	1.022	1.061	100,838

$$(3) \text{ CY2015:}(1+3\%)^3= 1.093$$

$$\text{CY2016:}(1+3\%)^2= 1.061$$

三、indicated rate change

$$\text{Loss ratio}=(87,923+93,874)/(91,419+100,838)= 94.56\%$$

$$\text{indicated rate change}=(94.56\%+5\%)/(1-4\%-24\%)-1= \underline{38.28\%}$$

(d)

請舉出一個原因，說明保險公司不會一次調足上題所計算出之費率調幅理由。

any 1 of:

- 計算出之調幅頗大，而保險公司仍要保有市場之競爭性考量。
- 監理機關有調幅之限制。

11. (3 分)

給定以下資訊：

- 保單皆為半年期保單且假設簽發皆為均勻分布
- 費率公式為：基礎費率×類別係數+費用
- 下次預計費率生效日為 2018/7/1
- 每半年檢視費率一次

歷次費率變更 生效日	每一曝險單位之 基礎費率	類別係數		費用
		A	B	
2016/7/1	750	1.00	0.80	80
2017/1/1	800	1.00	0.80	85
2017/7/1	850	1.00	0.85	90
2018/1/1	900	1.00	0.90	100

保單生效期間	簽單暴露數	
	類別 A	類別 B
2016/7/1 至 2016/12/31	1,800	1,200
2017/1/1 至 2017/6/30	2,400	1,600
2017/7/1 至 2017/12/31	3,000	2,000

請用延展暴露數法(extension of exposures)，計算在現行費率水準下 2017 年曆年制滿期保費。

【參考解答】

於 2017 滿期之佔 比	現行費率水準(2018/1/1 生效 之費率水準)簽單保費	2017 歷年制現行費率水準(2018/1/1 生 效之費率水準)滿期保費
(1)	(2)	(3)=(1)*(2)
50%	2,892,000	1,446,000
100%	3,856,000	3,856,000
50%	4,820,000	2,410,000

$$\begin{aligned}
 (2) &= 1,800 * (900 * 1.00 + 100) + 1,200 * (900 * 0.9 + 100) \\
 &= 2,400 * (900 * 1.00 + 100) + 1,600 * (900 * 0.9 + 100) \\
 &= 3,000 * (900 * 1.00 + 100) + 2,000 * (900 * 0.9 + 100)
 \end{aligned}$$

現行費率水準下 2017 年曆年制滿期保費

$$= 1,446,000 + 3,856,000 + 2,410,000 = \underline{7,712,000}$$

12. (3 分)

賠案	保單 生效日	事故 發生日	賠款 報案日	2014 年底		2015 年底		2016 年底	
				已付賠 款 (1)	賠款準 備金 (2)	已付賠 款 (3)	賠款準 備金 (4)	已付賠 款 (5)	賠款準 備金 (6)
1	2014/2/1	2014/10/30	2014/11/2	400	300	300	100		
2	2014/4/1	2014/12/31	2015/1/3			150	350	300	0
3	2014/6/1	2015/2/1	2015/2/5			0	800	0	1200
4	2015/2/1	2015/10/31	2015/11/2			250	200	400	0
5	2015/10/1	2016/5/1	2016/5/3					270	200
6	2015/12/1	2016/6/7	2016/6/9					250	180
7	2016/2/1	2016/10/7	2016/10/9					400	100
8	2016/4/1	2016/12/1	2016/12/3					0	250

- (a) (0.5 分) 請編製保單年度制(Policy Year)累積已付賠款損失三角形。
 (b) (0.5 分) 請編製保單年度制(Policy Year)累積已報賠款損失三角形。
 (c) (0.5 分) 請編製事故年度制(Accident Year)累積已付賠款損失三角形。
 (d) (0.5 分) 請編製事故年度制(Accident Year)累積已報賠款損失三角形。
 (e) (1 分) 請計算 2016 年曆年制(Calendar Year)之已發生賠款。

【參考解答】

- (a) 每年增加已付賠款損失三角形

保單年	每年增加已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	400	450	300
2015	250	920	
2016	400		

- 累積已付賠款損失三角形

保單年	累積已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	400	850	1,150
2015	250	1,170	
2016	400		

(b) 未付賠款估計數

保單年	未付賠款估計數		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	300	1,250	1,200
2015	200	380	
2016	350		

累積已發生賠款損失三角形

保單年	累積已發生賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	700	2,100	2,350
2015	450	1,550	
2016	750		

(c) 每年增加已付賠款損失三角形

事故年	每年增加已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	400	450	300
2015	250	400	
2016	920		

累積已付賠款損失三角形

事故年	累積已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	400	850	1,150
2015	250	650	
2016	920		

(d) 未付賠款估計數

事故年	未付賠款估計數		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	300	450	0
2015	1,000	1,200	
2016	730		

累積已發生賠款損失三角形

事故年	累積已發生賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2014	700	1,300	1,150
2015	1,250	1,850	
2016	1,650		

(e)

2016 曆年制(Calendar Year)已發生賠款
=(1650+1850+1150)-(1250+1300)=2100

13. (4 分)

資料基準日為 2016/12/31，假設賠款至 60 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

事故年 AY	滿期保費	至基準日 已報賠款	預期損失率
2013	1200	1000	78%
2014	1000	800	78%
2015	1500	1000	78%
2016	1600	1200	78%

發展(月)	12-24	24-36	36-48	48-60
LDF	1.250	1.150	1.100	1.020
CDF	1.613	1.29	1.122	1.02

(a) (2 分) 以 Development Technique 計算事故年 2016 IBNR。

(b) (2 分) 以 Bornhutter-Ferguson 方法計算事故年 2016 IBNR。

【參考解答】

(a) Development Technique

	12-24	24-36	36-48	48-60
LDF	1.250	1.150	1.100	1.020
CDF	1.613	1.29	1.122	1.02

事故年	至基準日已 報賠款	CDF	最終賠款	IBNR
2013	1000	1.02	1020	20
2014	800	1.122	897.6	97.6
2015	1000	1.29	1290	290
2016	1200	1.613	1935.6	735.6
				1143.2

(b) Bornhutter-Ferguson

事故年	滿期保費	預期損失率	預期最終賠款	CDF	1-1/CDF	IBNR
2013	1200	78%	936	1.02	0.02	18.720
2014	1000	78%	780	1.122	0.109	85.020
2015	1500	78%	1170	1.29	0.225	263.250
2016	1600	78%	1248	1.613	0.38	474.240
						841.230

14. (4 分)

資料基準日為 2016/12/31，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

事故年 AY	On-Level 滿期保 費	累積已報賠款	已報賠款 CDF
2014	1000	750	1.1
2015	1200	900	1.25
2016	1500	600	1.4

假設某新法令自 2016/1/1 實施，可減少損失成本 15%，請以 Cape Cod 方法計算 2016 事故年度之最終賠款。

【參考解答】

事故年	新法後累積已報賠款	已報賠款 CDF	最終賠款	On-Level 滿期保費
2014	637.5	1.1	701.25	1000
2015	765	1.25	956.25	1200
2016	600	1.4	840	1500
合計			2,498	3,700

Cape Cod 損失率 = $2498/3700 = 67.5\%$

Cape Cod 最終賠款 = $600 + 1500 * 67.5\% * (1 - 1/1.4) = 889.286$

15. (6 分)

給定以下賠案資訊(不含已結案且無賠款金額之賠案)：

事故半年	賠案件數						
	AY	6	12	18	24	30	36
2014-1	3,700	3,515	3,508	3,504	3,504	3,504	3,504
2014-2	4,000	3,800	3,790	3,786	3,788		
2015-1	3,800	3,610	3,600	3,596			
2015-2	3,700	3,515	3,500				
2016-1	3,900	3,705					
2016-2	4,050						

事故半年	平均賠款金額(Severity)						
	AY	6	12	18	24	30	36
2014-1	4,600	4,637	4,614	4,609	4,609	4,609	4,609
2014-2	4,900	5,023	4,998	4,993	4,993		
2015-1	4,400	4,435	4,413	4,409			
2015-2	4,800	4,920	4,895				
2016-1	4,600	4,637					
2016-2	4,500						

賠款最終發展至 36 個月

(a) (4 分)

採用 frequency-severity 方法計算 2016 意外年度最終賠款。

(b) (1 分)

試解釋為何賠案件數三角形呈遞減。

(c) (1 分)

試討論上述資料如何採季節因子測試。

【参考解答】

Ans:	Claim count				
事故半年	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36
2014-1	0.950	0.998	0.999	1.000	1.000
2014-2	0.950	0.997	0.999	1.000	
2015-1	0.950	0.997	0.999		
2015-2	0.950	0.996			
2016-1	0.950				
Selected	0.950	0.997	0.999	1.000	1.000
CDF	0.946	0.996	0.999	1.000	1.000
	Severity				
事故半年	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36
2014-1	1.008	0.995	0.999	1.000	1.000
2014-2	1.025	0.995	0.999	1.000	
2015-1	1.008	0.995	0.999		
2015-2	1.025	0.995			
2016-1	1.008				
Selected	1.015	0.995	0.999	1.000	1.000
CDF	1.009	0.994	0.999	1.000	1.000
1st half Selected	1.008	0.995	0.999	1.000	1.000
2nd Half Selected	1.025	0.995	0.999	1.000	1.000
1st half CDF	1.002	0.994	0.999	1.000	1.000
2nd Half CDF	1.019	0.994	0.999	1.000	1.000
2016-1 =	3705*0.996*4637*0.994=		17,008,696		
2016-2 =	4050*0.946*4500*1.0189=		17,566,702		
Total =	17008696+17566702=		34,575,398		

b.

Since claim counts exclude claims closed with no payment, a claim that is reported early on that ultimately has no payment is removed from the claim counts so there is a decrease in number of claims.

c.

To test for seasonality, evaluate closed to reported claim counts at half years. The ratios will be lower in seasons with slower claim payment & higher with faster claim payment.

To test for seasonality, evaluate closed to reported claim counts at half years. The ratios will be lower in seasons with slower claim payment & higher with faster claim payment.

To test for seasonality, evaluate closed to reported claim counts at half years. The ratios will be lower in seasons with slower claim payment & higher with faster claim payment.

To test for seasonality, evaluate closed to reported claim counts at half years. The ratios will be lower in seasons with slower claim payment & higher with faster claim payment.

16. (5 分)

給定以下資訊

CY/AY	滿期汽車年度 Earned Car Year	滿期保費 Earned Premium (000)	已發生賠款 Reported Claims (000)	選定 LDF Selected LDF
2011	890	420	350	1.050
2012	900	450	390	1.100
2013	910	475	360	1.300
2014	800	300	250	2.000

已知：

- 該公司於 2011 年開始經營本業務。
- 該公司業務組合並未改變。
- 過去四年有明顯的費率變動。
- 保單簽發於各年度平均分配。

請使用 Cape Cod 方法計算 2014 年末報賠款準備金(IBNR)。於考量損失趨勢調整、現行水準保費調整時，請說明所選定之係數。

【參考解答】

趨勢選定						
Policy Year	滿期汽車年度	已發生賠款	選定LDF	最終賠款	純保費	趨勢
	(1)	(2)	(3)	(4)=(2)*(3)	(5)=(4)*1000/(1)	(6)=(5)/Prior(5)
2011	890	350	1.050	368	412.9	
2012	900	390	1.100	429	476.7	1.154
2013	910	360	1.300	468	514.3	1.079
2014	800	250	2.000	500	625.0	1.215
Cape Cod Tech.						
Policy Year	滿期汽車年度	選定LDF	Used Up Exposure	趨勢至2014	趨勢後賠款	調整後損失率
	(1)	(2)	(3)=(1)/(2)	(4)	(5)	(6)=(5)/Prior(5)
2011	890	1.050	847.62	1.260	440.9	0.520
2012	900	1.100	818.18	1.166	454.9	0.556
2013	910	1.300	700.00	1.080	388.8	0.555
2014	800	2.000	400.00	1.000	250.0	0.625
Total	3,500		2,766		1,535	0.555
2014年末報賠款準備金(IBNR)=		800*0.555*(1-1/2)=		221.94	(000)	

17. (7 分)

你在 2017/12/31 時，擁有以下資訊

事故年	累計已付賠款(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	7,632	19,542	37,036
2016	7,200	22,584	
2017	12,536		

事故年	累計已報賠款(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	51,504	83,382	91,884
2016	59,868	79,880	
2017	74,620		

事故年	個案賠款準備金(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	43,872	63,840	54,848
2016	52,668	57,296	
2017	62,084		

事故年	未決件數		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	3,656	3,800	3,044
2016	3,080	3,200	
2017	3,320		

年損失幅度趨勢 10%

選定已報賠款 36 個月之後的尾端發展因子為 1.05

發展因子的選定請採用所有年度加權平均法(all-year volume-weighted average)

(a) (5 分)

請利用 Berquist-Sherman 準備金適足性調整法來預估每個事故年度的最終賠款。(發展因子的計算請四捨五入至小數點第 3 位)

(b) (1 分)

請詳述 Berquist-Sherman 個案準備金調整的目的。

(c) (1 分)

假如年損失幅度趨勢值由 10%改為 15%，則利用 Berquist-Sherman 準備金適足性調整法所產生的預期最終賠款，將會變高或是變低？請詳述變化的原因。

【參考解答】

(a)

事故年	平均未決金額 月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	12,000.00	16,800.00	18,018.40
2016	17,100.00	17,905.00	
2017	18,700.00		

年損失幅度趨勢值 10%

事故年	利用最後一條對角線調整平均未決		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	15,454.55	16,277.27	18,018.40
2016	17,000.00	17,905.00	
2017	18,700.00		

事故年	調整後個案賠款準備金		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	56,501,818	61,853,636	54,848,000
2016	52,360,000	57,296,000	
2017	62,084,000		

事故年	調整後累計已報賠款		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	64,133,818	81,395,636	91,884,000
2016	59,560,000	79,880,000	
2017	74,620,000		

加權 LDF	12-24	24-36	36-最終
	1.304	1.129	1.050
選定 LDF	1.304	1.129	1.050
CDF	1.546	1.185	1.050

故於 2017 年年底時

2015 事故年度之預期最終賠款金額為 96,478,200 (=91,884,000 x 1.050)

2016 事故年度之預期最終賠款金額為 94,657,800 (=79,880,000 x 1.185)

2017 事故年度之預期最終賠款金額為 115,362,520 (=74,620,000 x 1.546)

(b) 主要是為了將所有年度的個案賠款準備金的適足性調整為具有一致性

(c) 假設趨勢值改為 15%，則所預估的最終賠款將會提高

(因為趨勢值較大,故過往年度的平均每件調整後未決金額將變低,因此調整後之累計已報賠款較低,最近一條對角線數值不變的情形下,新的調整後發展因子上升,故發展至最終因子亦較高,所求出之預期最終賠款將提高)

18. (5 分)

你擁有以下資訊

<u>事故年</u>	累計已付賠款		
	<u>月份數</u>		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	11,000	11,600	12,000
2016	9,600	11,000	
2017	7,200		

<u>事故年</u>	累計已發生賠款		
	<u>月份數</u>		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	12,000	12,600	12,000
2016	10,800	12,400	
2017	8,300		

<u>事故年</u>	未決件數		
	<u>月份數</u>		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	50	30	30
2016	60	30	
2017	30		

(a) (4 分)

請建立 2 個診斷三角形並討論個案賠款準備金的適足性是否有任何改變?

(b) 1 分)

依據上題的結論，請建議並簡述一種適當的技術來確定最終賠款。

【參考解答】

(a)

事故年	已付/已發生比率		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	0.917	0.921	1.000
2016	0.889	0.887	
2017	0.867		

當發現已付佔已發生比率逐年下降，這表明個案賠款準備金適足性增加

事故年	平均未決金額		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	20.00	33.33	-
2016	20.00	46.67	
2017	36.67		

最近一條對角線的平均未決金額顯著較過往高，代表個案賠款準備金適足性增加

或

事故年	未決/已發生比率		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	0.08	0.08	0.00
2016	0.11	0.11	
2017	0.13		

當發現未決佔已發生比率逐年上升，這表明個案賠款準備金適足性增加

事故年	平均未決金額		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	20.00	33.33	-
2016	20.00	46.67	
2017	36.67		

最近一條對角線的平均未決金額顯著較過往高，代表個案賠款準備金適足性增加

(b)

由題一可發現個案賠款準備金的適足性已經增加，因此我們可以利用 Berquist-Sherman 個案賠款準備金調整法

將過往的未決賠款調整成現行的適足性水位，以求得合理的估計值。

19. (6 分)

你於 2017/12/31 時擁有以下資訊

事故年	承保及再保分入增量已付賠款-不含 S&S(\$000)		
	月份數		
	<u>0-12 個月</u>	<u>12-24 個月</u>	<u>24-36 個月</u>
2015	8,000	2,000	1,000
2016	9,000	2,250	
2017	10,000		

事故年	增量已收 S&S(\$000)		
	月份數		
	<u>0-12 個月</u>	<u>12-24 個月</u>	<u>24-36 個月</u>
2015	1,600	1,900	900
2016	1,800	3,218	
2017	2,500		

假設賠案在 36 個月之後無後續發展(無論已付賠款或 S&S)

(a) (5 分)

請利用上述資訊，以比例逼近法(Ratio approach)估計 2017 事故年度的最終 S&S

(b) (1 分)

請說明利用比例法估算 S&S 可攤回性之優點(至少一項)

(各項比率以及發展因子的計算請四捨五入至小數點第 3 位)

【參考解答】

(a)

事故年	承保及再保分入累計已付賠款-不含 S&S(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	8,000	10,000	11,000
2016	9,000	11,250	
2017	10,000		

事故年	累計已收 S&S(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	1,600	3,500	4,400
2016	1,800	5,018	
2017	2,500		

先利用累計已付三角形計算出 2017 事故年度的最終賠款

LDF	12-24	24-36	36-最終
	1.2500	1.1000	1.0000
	1.2500		
平均	1.2500	1.1000	1.0000
發展至最終	1.3750	1.1000	1.0000

2017 事故年最終賠款 = 10,000,000 x 1.3750 = 13,750,000

再計算 S&S 佔承保及再保險分入已付賠款的比率，並發展至最終

事故年	累計 S&S 佔承保及再保分入已付比率(\$000)		
	月份數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2015	0.200	0.350	0.400
2016	0.200	0.446	
2017	0.250		
LDF	12-24	24-36	36-最終
	1.750	1.143	1.000

	2.230		
平均	1.990	1.143	1.000
選定	1.990	1.143	1.000
發展至最終	2.275	1.143	1.000

2017 事故年最終 S&S 比率 = $0.250 \times 2.2750 = 0.569$

2017 事故年最終

S&S = $0.569 \times 13,750,000 = 7,823,750$

- (b)
1. 比例法相較於已報或已收 S&S 發展法而言,在較早發展期間的槓桿比較低
 2. 由於比例法較屬於判斷性的,故若某些事故年度的比例看起來古怪不太合理時,可主觀判斷並調整(較具彈性)

20. (5 分)

你在 2016/12/31 時擁有以下資訊：

事故年	累計已報賠款 (\$000)	選定最終賠款 (\$000)
2014	\$2,400	\$2,400
2015	\$2,226	\$2,650
2016	\$2,332	\$2,892

選定的累計發展因子(Cumulative development factors)如下：

12-最終	24-最終	36-最終
1.212	1.154	1.010

2016 事故年度於 2017 年底時的實際累計已報賠款為 \$2,500,000

(a) (3 分)

請以 2016 年年底時的數據為基礎,計算出事故年度 2016 年於 2017 會計年度時,所出現的預期賠款與實際賠款的差異。

(b) (1 分)

請利用線性內插法,以給定的發展模式預測出 2016 事故年度於 2017 年 1/1 到 4/30 所預計出現的賠款。

(c) (1 分)

請問上題(問題 2)以線性內插法做預測,會產生高估或是低估的情形並說明原因。

【參考解答】

(a)

AY2016 IN CY 2017:

實際: AY 2016 在 2017 年 12/31 時之累計已報賠款-AY2016 在 2016 年 12/31 時之累計已報賠款=2,500,000-2,332,000=168,000

預期: (2016 年底選定最終-累計已報賠款)/未報比例 x(2017 之累計已報%-2016 之累計已報%)

$$= (2,892,000-2,332,000)/(1.0-1/1.212) \times (1/1.154-1/1.212)=132,762$$

因此實際-預期=\$35,238

(b) 由題 1 可知 2017/01/01-2017/12/31 預期出現的賠款金額為\$132,762 因為是線性,所以 2017/01/01-2017/04/30=\$132,762 x 4/12= \$44,254

(c) 可能會低估,因為賠案發展速率原則上應該是隨著時間進程越來越慢,所以已報賠款在上半年應該會較多

21. (4 分)

(a) (1 分)

請指出估計不可分配理賠費用(ULAE)準備金-現金基礎(Dollar-Based)的基本假設。

(b) (1 分)

請指出估計不可分配理賠費用(ULAE)準備金-計數基礎(Count-Based)的基本假設。

(c) (2 分)

請指出兩個可能會影響精算師決定選擇以現金基礎或技數基礎，來估計不可分配理賠費用準備金的因素。

【參考解答】

(a) (詳 Friedland P387)

不可分配理賠費用的支出軌跡與賠案金額的時間以及數額同步變化
(或)不可分配理賠費用與已付賠款一起隨著時間同步、穩定的變化

(b) (詳 Friedland P402)

相同的交易產出相同的不可分配理賠用金額，不可分配理賠費用的
支出與賠案本身的大小無關

(c) (以下四選二)

- 1.若不可分配理賠費用的支出預期是以賠案金額的比例，則傾向採以現金基礎
- 2.對於計數基礎而言，賠案件數資料和每筆交易的成本可能很難獲得和量化
- 3.如果可取得並研究出處理整個賠案重頭到尾的理賠成本，則傾向採用計數基礎
- 4.如果不可分配理賠費用的通膨率與賠款的通膨率不一致時，則採用計數基礎可能更準確