C3 財務工程

選擇題 30 題：(第 1 題至第 20 題每題 3 分，之後每題 4 分)

1. (4) 假設隨機變數 X 遵循 U(0,1)均勻分配。使用 Monte Carlo 模擬，每次抽取 U(0,1)均勻隨機變數 x_i時，同時計算 $y_i = 1/(1+x_i^2)$ 與 $z_i = (1+x_i^2)$的值。抽取 N 個隨機亂數後，y_i 的平均數為 0.75、變異數為 0.015，z_i 的平均數則為 1.40、變異數為 0.03，且y_i與z_i的共變異數為 -0.02。根據控制變異法(control variates method)，隨機變數 $1/(1+X^2)$ 的期望值估計值為何？

   (1) 0.70 (2) 0.73 (3) 0.76 (4) 0.79 (難)

2. (4) 有一伊藤過程如下：

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = 0.1dt + 0.2dZ(t).$$

   假設 $\mathrm{Y(t)} = 0.1X(t)^2 + 0.9X(t) + 0.1t + 10$, 則此Y(t)所服從的隨機偏微分方程式如下：$\frac{dY(t)}{Y(t)} = \alpha(t, Y(t))dt + \sigma(t, Y(t))dZ(t).$

   已知 X(5) = 40，請利用伊藤引理計算 $\alpha(t, Y(t))$ 並代入 t = 5 求其數值。

   (1) 39.14 (2) 40.50 (3) 41.25 (4) 42.10 (難)

3. (1) 從均勻分配 U(0,1)抽 24 個隨機亂數來模擬一個 $\mu = 0.1$ 且 $\sigma = 0.2$ 的對數常態分配，這些均勻分配的抽樣值加總為 8。這個對數常態分配的值為何？(中)

   (1) 0.7 (2) 0.9 (3) 1.1 (4) 1.3

4. (3) 給定以下資訊

   (i) 股票的現貨價格為75。

   (ii) 以連續複利計的無風險利率為6%。

   (iii) 連續股利率為1.5%。

   (iv) $\mathrm{N}(d_1) = 0.4633$ ，$\mathrm{N}(d_2) = 0.3805$

   請利用布萊克-休斯(Black-Scholes)模型計算半年期的歐式賣權價格。(中)

   (1) 4.98 (2) 6.97 (3) 8.09 (4) 11.07

5. (1) 假設有三個可交易資產，分別稱為S_1, S_2, S_3，其現貨價格分別是 6,3,4。假設未來某一時刻 T 只可能存在三種狀態(state of nature)，並在 T 時刻時的價格滿足下表：

狀態	1	2	3
S_1	10	7	4
S_2	4	2	3
S_3	6	5	3

   請問利用此三種資產所建構的一單位無風險投資組合(即其在 T 時刻時價格必定為 1)，其建構成本應為多少? (難)

   (1) 0.9375 (2) 0.9125 (3) 0.925 (4) 0.95

6. (1) 有一個半年期的歐式買權，用一期二項樹模型評價之，請搭配以下資訊求出其選擇權價格。

(i) 股票的現貨價格為 40.

(ii) 履約價是 45.

(iii) 以連續複利計之無風險利率為 5%.

(iv) 連續股利率為 1%.

(v) 風險中立下的上漲機率為 0.55.

(vi) 在此二項樹模型內，假設 u 與 d 的平均值為 1

(1) 1.65 (2) 3.00 (3) 0.561 (4) 2.86 (難)

7. (2) 下列有關美式選擇權的敘述，有幾項是正確的？

I. 美式選擇權可以利用二項樹的方法求算其價值

II. 美式選擇權的權利金至少跟歐式一樣

III. 美式選擇權的價值可以輕易的被蒙地卡羅模擬法算出

IV. 美式選擇權的價格有公式，可以帶入相關參數直接求值。

(1). 一項 (2). 兩項 (3). 三項 (4). 全對。(易)

8.(2) 以下是關於歐式選擇權與美式選擇權的定價敘述，在此我們假設所比較之選擇權，其連結股票標的相同、離到期的期間(time to maturity)相同，履約價相同，且市場的無風險利率為1%，請判斷出正確的敘述有幾項？

(i) 若離到期的期間內不發放股利，則歐式與美式的買權價格是相同的。

(ii) 若離到期的期間內有發放離散股利，則歐式與美式的買權價格仍是相同的。

(iii) 若離到期的期間內不發放股利，則歐式與美式的賣權價格可能不同。

(iv) 若離到期的期間內有發放離散股利，則歐式與美式的賣權價格仍是相同的。

(1) 恰有一項正確 (2) 恰有兩項正確 (3) 恰有三項正確(4) 恰有四項正確 (中)

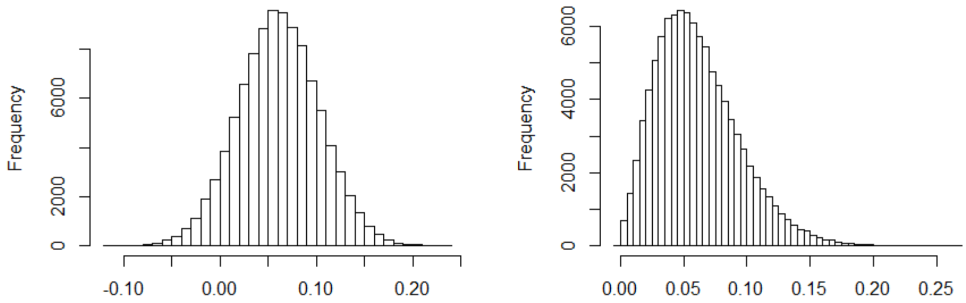
9. (1) 關於 Cox-Ingersoll-Ross 利率模型，若期初利率水準高於長期平均水準，下列敘述何者為真？

a. 回歸平均水準的速度愈快，則利率期望值愈小

b. 利率的瞬間波動率愈高，則利率期望值愈大

(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤 (易)

10. (　1　) 透過利率模型模擬三個月後利率，模擬結果分配如下圖，下列敘述何者為真？



(1) 左圖為 Vasicek 模型，右圖為 Cox-Ingersoll-Ross 模型
(2) 左圖為 Cox-Ingersoll-Ross 模型，右圖為 Vasicek 模型
(3) 二圖皆為 Cox-Ingersoll-Ross 模型，但右圖的長期平均較低。
(4) 二圖皆為 Vasicek 模型，但右圖的瞬間波動率較大。(易)

11. (　4　) 關於 Vasicek 與 Cox-Ingersoll-Ross 二種利率模型，下列敘述何者為真？
a. 二模型皆有可能產生負利率
b. 二模型皆假設利率為常態分配
(1) a (2) b (3) a, b (4) 二者皆錯誤 (易)

12. (　4　) 根據 Black-Derman-Toy 模型建構的二項樹，假設現在的實質年利率(effective annual spot rates)為 $r_0(0,1) = 2\%$ 和 $r_0(0,2) = 3\%$，殖利率波動度為 8%，則第二年的利率（r_d 和 r_u）分別為多少？(中)
(1) 2.4% 與 2.8%　(2) 2.7% 與 3.2%　(3) 3.1% 與 3.6%　(4) 3.7% 與 4.3% (難)

13. (　3　) 假設第 T 年之股票價格 S_T 為對數常態分配，期初股價 S_0 為 50，股票預期投資報酬率為 8% (連續計息)，波動率為 0.3，連續型複利之無風險利率為 2%，無股利發放。使用 Monte Carlo 法模擬二年後的股價，假設抽五個標準常態隨機數值為 -1.2、-0.6、-0.1、0.5、1.5，求S_T模擬的數值。(中)
(1) 54.79 (2) 56.25 (3) 58.57 (4) 60.21

14. (　2　) 若目前股價為 100，履約價為 100，無風險利率為 0.02，還有一個月到期之歐式買權之市場真實交易價格為 3，不考慮股利殖利率其 Implied Volatility 應為: (1) = 0.25 (2) >0.25 (3) <0.25 (4) 不一定。(中)

15. (　1　) 使用 control variate 的模擬法來計算術平均價格之亞式買權的價格。如果幾何平均價格之亞式買權的價格公式解為 2.35，幾何平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.50，算術平均價格之亞式買權的模擬價格為 2.75，則算術平均價格之亞式買權的價格為
(1) 2.60 (2) 2.65 (3) 2.90 (4) 3.00 (難)

16. (1) 若期貨賣權 Put 的 Delta 為 -0.3，表示在其他情況不變下，期貨價格若上漲 10 點，則相同條件買權 Call 價格會: (1) 上漲 7 點 (2) 下跌 7 點 (3) 上漲 3 點 (4) 下跌 3 點。(中)

17. (4)一歐式選擇權履約價 40，6 個月後到期，若現在標的物價格為 41，買權價格 3.91，求相同條件下的賣權價格，假設連續複利的無風險利率為 2%。(中)
(1) 2.1179 (2) 5.3080 (3) 3.3120 (4) 2.5120

18. (2)某歐式股票買權履約價 95，距離到期日 0.25 年，股票報酬年波動率 0.5，假設目前股價 100，連續複利的無風險利率 0.02，不考慮現金股利，請問根據 Black-Scholes 模型計算，其價格應該為多少? (中)
(1) $C < 12$ (2) $12 < C < 13$ (3) $13 < C < 14$ (4) $14 < C$

19. (2)標的物、履約價格和到期期限都相同的一般買權和亞式買權兩者之關係為何？
(1) 一般買權價格＝亞式買權價格 (2) 一般買權價格＞亞洲式買權價格 (3) 一般買權價格＜亞洲式買權價格 (4) 不一定。(易)

20. (3)假設股價為 S，在很小的時間$\triangle t$，股價變動的期望值為$\mu S\triangle t$，標準差為 $\sigma S\sqrt{\triangle t}$，其中$\mu$為預期報酬率，$\sigma$是股票報酬年波動率，$T$為一段時間，根據 Black-Scholes模型的假設，則:
a. $\ln S_T$ 為常態分配，期望值 $\ln S_0+(\mu-\sigma^2/2)T$，標準差$\sigma\sqrt{T}$。
b. $\ln S_T$ 為對數常態分配，期望值 $\ln S_0+(\mu-\sigma^2/2)T$，標準差$\sigma\sqrt{T}$。
c. $S_0e^{\mu T}$ 為 S_T 的期望值。
d. 在非常短期間$\triangle t$，股價報酬率的算術平均值為 $\mu\triangle t$。以上四項有幾項正確？
(1) 有 1 項正確 (2) 有 2 項正確 (3) 有 3 項正確 (4) 全對 (中)

21. (4) 一般狀態下，下列**何者敘述為非**：(1) 挑選者選擇權（chooser options）適合用來規避重大的事件 (2) 障礙選擇權（barrier options）較標準選擇權便宜 (3) 亞洲式買權（Asian options）價格較標準買權便宜 (4) 複合選擇權（compound options）對於波動的敏感度較標準選擇權低。(中)

22. (2) 下列哪些敘述正確：
A 亞式選擇權（Asian options）的 delta 避險較一般選擇權容易 B 一般的美式買權等於一個下跌-敲出（down-and-out）美式買權和一個下跌敲進（down-and-in）美式買權的組合 C 當下跌-敲出（down-and-out）賣權之障礙高於履約價格時，其選擇權的價值為零 D 當標的物價格接近障礙選擇權所設定的障礙時，更易於操作 delta 避險。
(1) 僅 A、B (2) 僅 A、C (3) 僅 B、D (4) 僅 A、C、D。(中)

23. (2) 考慮一個現金或無的買權（cash-or-nothing call），當 3 個月後台股指數若高於 9000 點，則此商品提供 100 元，否則無任何收益。假設目前台股指數為 8800，無風險利率為 2%，波動率（標準差）為 30%，則此一買權價值為：(中)
(1) 40 (2) 42 (3) 44 (4) 46。

24. (3) 若欲透過台股指數期貨（F）對台股指數現貨（S）進行避險，在極小化避險投資組合的變異下，其最適避險比率為何？(1) 現貨報酬/期貨報酬 (2) 現貨標準差/期貨標準差 (3) 現貨和期貨的共變異數/期貨變異數 (4) 現貨和期貨的共變異數/現貨變異數。(易)

25. (1) 假設台指 10500 買權的權利金為 200，若此買權的 delta 值為 0.6，若指數上漲至 10600 點，則台指 9000 買權的權利金報價約為何？(1) 260 (2) 240 (3) 280 (4) 300。(中)

26. (2) 某人出售台積電買權（標的證券為股票 2,000 股）10 張，若買權 delta 值為 0.5，若要規避賣掉買權因股價變動的風險，則須買入多少張台積電股票？(1)16 (2) 10 (3) 24 (4) 32。(中)

27. (3) 下列何者敘述為真：(1) 歐式買權在深價內時的 delta 值最小 (2) 歐式賣權在深價內時的 delta 值最大 (3) 價外選擇權的 delta 值的絕對值會隨著到期時間接近而收斂至 0 (4) 價平選擇權的 delta 值的絕對值會隨著到期時間接近而收斂至 1。(易)

28. (4) 下列**何者敘述有誤**：(1) 若存在一個由選擇權組合而成的投資組合，買進標的物並不會改變投資組合的 vega 值 (2) 價平的選擇權其 gamma 值會隨著到期日的接近而上升 (3) 相同條件的歐式買賣權的 vega 值相同 (4) 相同條件的歐式買賣權的 gamma 值不相同。(中)

29. (2) 有一投資組合為 Delta 中立，其 Gamma 值為-100，假設存在某一買權的 Delta 值和 Gamma 值分別為 0.5 和 10，若希望投資組合可以同時維持 Delta 中立和 Gamma 中立，可選擇以下何者交易策略？(1) 買進 50 個買權、賣出 5 個買權的標的資產 (2) 買進 10 個買權、賣出 5 個買權的標的資產 (3) 買進 10 個買權、賣出 10 個買權的標的資產 (4) 買進 100 個買權、賣出 50 個買權的標的資產。(中)

30. (3) 若存在一個 Delta 中立的投資組合，若投資組合的 Gamma 值為-2，如果資產在短時間內發生-10 的變化，則投資組合的價值變化為：(1)上漲 200 (2)上漲 100 (3)下跌 100 (4)下跌 200。 (中)