C5 精算模型

選擇題 40 題:(每題 2.5 分)

1.(　1　) 動差:$U_k= E[(X-u)^k]$，若 kurtosis =2，$U_3=16$，$U_4=32$，則 U_2 為何？

(1) 4 (2) 0.5 (3) 2 (4) 1

2.(送分) 若有一分配如下：

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 0.5, & 0\leqq x<1 \\ 0.75, & 1\leqq x<2 \\ 0.87, & 2\leqq x<3 \\ 0.95, & 3\leqq x<5 \\ 1, & x\geqq 5 \end{cases}$$

則 p(1)－p(3) = ？

(1) 0.12 (2) 0.37 (3) 0.13 (4) 0.45

本題正確答案：0.174

3.(　3　) 若有一分配如下：

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 0.5, & 0\leqq x<1 \\ 0.75, & 1\leqq x<2 \\ 0.87, & 2\leqq x<3 \\ 0.95, & 3\leqq x<5 \\ 1, & x\geqq 5 \end{cases}$$

則 $\Sigma[x-E[x]]^2p(x)$ 為 ？

(1) 0.9800 (2) 1.2400 (3) 1.7396 (4) 2.700

4.(　3　) 若有一分配如下：

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 0.5, & 0\leqq x<1 \\ 0.75, & 1\leqq x<2 \\ 0.87, & 2\leqq x<3 \\ 0.95, & 3\leqq x<5 \\ 1, & x\geqq 5 \end{cases}$$

則 78 百分位=?

(1) 0.78 (2) 0.87 (3) 2 (4) 3

5.(2) X 服從 Pareto 分配，其參數(θ, α)為(75,2)，求其 $TVaR_{90\%}$ =?

(1) 162.171 (2) 399.342 (3) 435.543 (4) 531.911

6.(3) 若有一負二項分配，其參數β=1，γ=2，若使用 p_k/p_{k-1} = a+b/k 之公式，且已知 zero-truncated random varible 之 P_1^T= 0.33333，且 P_0^M=0.2，則 zero-truncated modified random varible 之 P_1^M=?

(1) 0.18751 (2) 0.20000 (3) 0.26666 (4) 0.46967

7.(1) 若有 Poisson-ETNB 分配，其 primary poisson 分配的參數λ=3，而其 ETNB 分配之γ=-0.5，β=1，且已知 ETNB 分配之 f_1=0.85355，f_2=0.10669，f_3=0.02667，g_0=0.04979， 則 g_3=?

(1) 0.18412 (2) 0.17917 (3) 0.15293 (4) 0.07646

8.(4) 給定以下資訊：

- 理賠次數服從 Poisson 分配。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	50%
30	30%
60	20%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 5%之內的理賠次數較接近?

(1) 300 (2) 600 (3) 1,500 (4) 2,400

9.(1) 使用部分可信度公式計算可信度，計算結果為 0.36，若資料量變為原先的 4 倍時，可信度將為?

(1) 0.720 (2) 1.018 (3) 1.000 (4) 2.880

10.(3) 有 100 個多種不同面數的骰子，其中有 60 個是 4 面的，有 30 個是 6 面的，有 10 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，請問 6 面的骰子，平均數加變異數=?

(1) 4.1667 (2) 5.1467 (3) 6.4167 (4) 15.1667

11.（ 2 ）使用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 理賠 0 次的機率為 4/6，理賠 1 次的機率為 2/6，骰子 A_2 理賠 0 次機率的為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	50	100
B_1	0.5	0.5
B_2	0.5	0.5

單次的觀察包含從 A_1 及 A_2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費過程變異數的期望值(EPV)為何?

（1）1024.46 （2）1,588.54（3）1669.38 （4）1932.46

12.（ 3 ）給定下列資訊：

－ X 是有平均數 u 和變異數為 v 的隨機變數，

－ u 是有平均數 2 和變異數為 4 的隨機變數，

－ v 是有平均數 10 和變異數為 16 的隨機變數，

X 在有 10 個觀察值後，其 Buhlmann 可信度 Z=?

（1）0.71 （2）0.75 （3）0.8 （4）0.83

13.（ 3 ）有 100 個多種不同面數的骰子，其中有 50 個是 4 面的，有 30 個是 6 面的，有 20 個是 8 面的，分別標上數字 1~4、1~6、1~8，對每一個骰子，每一面有相同被擲出來的機會(也就是說骰子是公正的)，若隨機抽取一個骰子，如果丟出 6，則該骰子下次丟擲結果的期望值=？

（1）3.50 （2）3.700 （3）3.833 （4）3.929

14.（ 3 ）下表係自時間 0 起所觀察 15 個人的死亡時間：

死亡時間	1	2	3	4	5
死亡人數	1	3	2	4	5

請計算 S(3)的變異數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜0.015

(2) 0.015≦該值＜0.016

(3) 0.016≦該值＜0.017

(4) 該值≧0.017

15.（ 4 ）承上題，請計算 $\hat{q}_2$ 的變異數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜0.011
(2) 0.011≦該值＜0.012
(3) 0.012≦該值＜0.013
(4) 該值≧0.013

16.（ 1 ）下列為 10 筆賠款的樣本，其中+表示損失超過該保單的保額。

4 4 5+ 5+ 5+ 8 10+ 10+ 12 15

請採 Greenwood 近似法計算 $S_{10}(11)$ 的變異數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜0.031
(2) 0.031≦該值＜0.032
(3) 0.032≦該值＜0.033
(4) 該值≧0.033

17.（ 2 ）已知下列資料：

y_j	r_j	s_j
1	50	4
2	53	5
3	32	9
4	45	11
5	20	2

請計算 $\hat{H}(5)$ 的變異數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜0.0225
(2) 0.0225≦該值＜0.0227
(3) 0.0227≦該值＜0.0229
(4) 該值≧0.0229

18.（ 4 ）已知 15 個損失金額樣本如下，並假設損失金額是分佈於$(0,\theta)$的 Uniform 分配。

區間	觀察到的損失件數
(0, 2]	5
(2, 5]	5
(5, ∞]	5

請計算θ值，使得$\sum_{i=1}^{3}\frac{(E_i-O_i)^2}{O_i}$為最小值，其中 E_i 是第 i 個區間中預期的損失件數，O_i 則是第 i 個區間中觀察到的損失件數。下列有關 θ 值之敘述何者為真？

(1) 該值＜7.4

(2) 7.4≦該值＜7.5

(3) 7.5≦該值＜7.6

(4) 該值≧7.6

19.（ 4 ）已知某一離散型機率密度函數滿足下列：

(i) $p_k = c(1+\frac{1}{k})p_{k-1}$, k=1,2,…

(ii) $p_0 = 0.5$

下列有關 c 值之敘述何者為真？

(1) c 值＜0.27

(2) 0.27≦c 值＜0.28

(3) 0.28≦c 值＜0.29

(4) c 值≧0.29

20.（ 2 ）已知 collective risk model 之損失件數 N 服從 Poisson 分配(λ = 20)，

且其個別的損失(individual loss)分配如下：

(i) E(X) = 70

(ii) $E(X\wedge 30)$ = 25

(iii) Pr(X ＞ 30) = 0.75

(iv) $E(X^2 \mid X > 30)$ = 9,000

假設保險條件：每一件損失金額之 ordinary deductible 為 30。

請計算總保險給付金額的變異數(variance)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜67,000

(2) 67,000≦該值＜68,000

(3) 68,000≦該值＜69,000

(4) 該值≧69,000

21.(1) 已知 20 個隨機樣本排序如下：

12	16	20	23	26	28	30	32	33	35
36	38	39	40	41	43	45	47	50	57

請採 smoothed empirical estimate 來計算 60^{th} sample percentile，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜39

(2) 39≦該值＜40

(3) 40≦該值＜41

(4) 該值≧41

22.(3) 一家四口每年每人的門診次數服從幾何分配，且平均值是 1.5，家庭成員每年每人的門診次數相互獨立。某一保險給付該家庭成員第 4 次開始的門診，其中門診給付為 100 元。請計算該保險每年支付該家庭的期望金額，下列有關該期望金額之敘述何者為真？

(1) 該期望金額＜326

(2) 326≦該期望金額＜328

(3) 328≦該期望金額＜330

(4) 該期望金額≧330

23.(2) 某一保險代理人如果其業務的已發生損失占滿期保費比例超過 60%，則將不會收到年度獎金。如果該比例小於 60%，則年度獎金為滿期保費的某一比例，其中該比例為 60%與已發生損失占滿期保費比例之差額的 15%。該保險代理人之滿期保費為 800,000，且已發生損失服從 Pareto 分配，其中參數 $\theta = 500{,}000$ 且 $\alpha = 2$，請計算年度獎金的期望金額，下列有關該期望金額之敘述何者為真？

(1) 該期望金額＜35,250

(2) 35,250≦該期望金額＜35,300

(3) 35,300≦該期望金額＜35,350

(4) 該期望金額≧35,350

24.(1) 已知某保險公司之資料如下：

(i) 每一被保險人的理賠件數服從 Poisson 分配。

(ii) 一半的被保險人預期每年有 2.0 件理賠。

(iii) 另外一半的被保險人預期每年有 4.0 件理賠。

某一隨機選出的被保險人於前兩個保單年度的每一年都提出 4 件理賠，請計算在下一個(第三個)保單年度，該保險人理賠件數的 Bayesian estimate，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜3.65

(2) 3.65≦該值＜3.75

(3) 3.75≦該值＜3.85

(4) 該值≧3.85

25.(3) 在指數分配，其平均值為 1000 之情況下，請計算在通貨膨脹 10%適用於 ordinary deductible 為 500，請計算對於 expected cost per loss 的影響比例，下列有關該影響比例之敘述何者為真？

(1) 該影響比例＜14.5%

(2) 14.5%≦該影響比例＜15.0%

(3) 15.0%≦該影響比例＜15.5%

(4) 該影響比例≧15.5%

26.(2) 已知 $E[(S-100)_+] = 15$，且 $E[(S-120)_+] = 10$，假設隨機變量 S 大於 100 且小於 120 的機率為 0，請計算 $E[(S-105)_+]$，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜13.5

(2) 13.5≦該值＜14.0

(3) 14.0≦該值＜14.5

(4) 該值≧14.5

27.(4) 假設損失服從 exponential 分配，其平均值為 1000，而 policy limit 為 2500 且 deductible 為 500，請計算每一賠款給付之變異數(variance)，下列有關該變異數之敘述何者為真？

(1) 該變異數＜554,585

(2) 554,585≦該變異數＜554,590

(3) 554,590≦該變異數＜554,595

(4) 該變異數≧554,595

28.(4) 採用 inversion method 模擬某一團體的總賠款。理賠的件數服從 Poisson 分配($\lambda=4$)，每一賠款金額服從指數分配(平均值為 1,000)。採用 $u = 0.13$ 來模擬理賠的件數，並以 $u_1 = 0.05$、$u_2 = 0.95$ 及 $u_3 = 0.10$ 的順序來模擬所需要的賠款金額。
請計算總賠款金額，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜11.5

(2) 11.5≦該值＜12

(3) 12≦該值＜12.5

(4) 該值≧12.5

29.（　4　）已知某一分配及 prior 分配分別如下：

$\Pr(D=d \mid G=g)=g^{(1-d)}(1-g)^{d}$，其中 d = 0, 1.

$\Pr(G=\frac{1}{5})=\frac{3}{5}$，且 $\Pr(G=\frac{1}{3})=\frac{2}{5}$

請計算 $\Pr(G=\frac{1}{3} \mid D=0)$，而該值下列敘述何者為真？

(1)　該值＜0.50
(2)　0.50≦該值＜0.51
(3)　0.51≦該值＜0.52
(4)　該值≧0.52

30.（　1　）某一團體人壽保單承保下表所列之三個年齡群組：

年齡群組	年齡群組之人數	每人的理賠機率	理賠金額的平均值(理賠金額服從指數分配)
18~35	400	0.03	5
36~50	300	0.07	3
51~65	200	0.10	2

請採 Normal Approximation，計算保險公司所收取的保費，並使得總理賠金額超過保費的機率為 0.05。而該保費下列敘述何者為真？

(1)　該保費＜218
(2)　218≦該保費＜220
(3)　220≦該保費＜222
(4)　該保費≧222

31. (4) 損失假設是 LogNormal 分配 with median of 59,874, and coefficient of variation of 4.
假設 ALAE 跟損失有下關係 ln[ALAE] = 4.6 + ln[Loss] / 2.
一隨機數 0.7224 是從 uniform distribution on the interval (0, 1) 中產生.
用 Method of Inversion, 模擬隨機損失去估計 ALAE to Loss 的比率?
(1). 16% (2). 19% (3). 22% (4). 25%

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0	0.004	0.008	0.012	0.016	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.091	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.148	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.17	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.195	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.219	0.2224

32. (2) 使用均勻 uniform kernel with a bandwidth of 150,
for the kernel smoothed density 平滑密度函數, 請計算 $E[X \wedge 250]$.
(1). Less than 210
(2). At least 210 but less than 215
(3). At least 215 but less than 220
(4). At least 220

33.(2) 某一團體人壽保單承保下表所列之三個年齡群組：

年齡群組	年齡群組之人數	每人的理賠機率	理賠金額的平均值（理賠金額服從指數分配）
18~35	400	0.03	5
36~50	300	0.07	3
51~65	200	0.10	2

請計算總理賠金額的變異數(variance)，而該值下列敘述何者為真？
(1) 該值＜1,100
(2) 1,100≦該值＜1,110
(3) 1,120≦該值＜1,130
(4) 該值≧1,130

34.(3) X服從Pareto分配，其參數(θ, α)為(150,2.5)，求其$E(X\Lambda\pi_{0.99})$ 及 $TVaR_{99\%}$ =?

a. 74.88，477.97

b. 74.88，678.61

c. 93.69，1427.39

d. 98.42，1427.39

(1) a (2) b (3) c (4) d

35.(4) 累積損失分配函數 $F(x) = 1 - 10^6/(x + 10^3)2$.

請計算 layer 1,000 to 10,000 預期損失比率.

(1) 10%

(2). 17%

(3). 34%

(4). 41%

36.(1) 5個損失值是: 0, 1, 2, 5, 30.

估計5 個損失平均值

已知模擬值來自上述樣本:

模擬	損失金額
1	30, 2, 2, 0, 2
2	2, 0, 30, 5, 30
3	30, 30, 5, 0, 5
4	0, 30, 0, 2, 1

請用bootstrap approximation方法 計算the mean square error of the estimate.

(1). less than 20

(2). at least 20, but less than 25

(3). at least 25, but less than 30

(4). at least 30, but less than 35

37.(2) 用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 的理賠 0 次機率為 4/6，理賠 1 次機率為 2/6，骰子 A_2 的理賠 0 次機率為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	20	60
B_1	0.7	0.3
B_2	0.4	0.6

單次的觀察包含從 A1 及 A2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費假設平均數的變異數(VHM)為何?

(1) 55.375 (2) 16.797 (3) 5.063 (4) 20.172

38.(2) 假設 X ,Y 獨立同分布(independent and identically distributed)的變數,且均勻分布在 [0, 100]. 令 Z = 最小(Minimum) [X, Y].
模擬 10 個 Z 值m/5用下列 20個來自[0, 1]之間隨機數:
0.574, 0.079, 0.803, 0.382, 0.507, 0.848, 0.090, 0.631, 0.246, 0.724, 0.968, 0.372, 0.653, 0.736, 0.329, 0.757, 0.915, 0.177, 0.770, 0.403
(使用第1組(2個)去模擬第1個 Z, 第2組(2個)去模擬第2個 Z, …) 計算10 個Z的模擬值的平均值?
(1) 30 (2) 32 (3) 34 (4) 36

39.(1) 某保險賠款區分為類型 A、類型 B 及類型 C，其機率分別為 0.2、0.3 及 0.5。假設總賠款件數服從 Poisson 分配，其平均數為 10。各類型之賠款件數服從 Poisson 分配且相互獨立，請問 5 件賠款中有 2 件為類型 A 的機率為何？
(1) 該機率＜0.205
(2) 0.205≦該機率＜0.21
(3) 0.21≦該機率＜0.215
(4) 該機率≧0.215

40.(4) 考量某一 extended zero-truncated negative binomial distribution，而參數 r = -0.5 且 β = 1，並已知 $p_1^T = 0.853553$，下列有關 p_3^T 之敘述何者為真？
(1) p_3^T ＜0.0255
(2) 0.0255≦ p_3^T ＜0.026
(3) 0.026≦ p_3^T ＜0.0265
(4) p_3^T ≧0.0265