

1. (7 分)

已知下列資訊：

單位：仟元

意外年	限制在 100,000 以下之 已報賠款及可分配理賠費用 (Reported Loss and ALAE Capped at 100,000)		
	12 月	24 月	36 月
2014	1,216	1,550	1,700
2015	1,875	2,435	
2016	1,950		

單位：仟元

超額賠款及可分配理賠費用資訊 (Excess Loss and ALAE History)		
意外年	趨勢化已報賠款及可分配理賠費用 (Trended Reported Loss and ALAE)	
	未設限(Unlimited)	超過 100,000
2009	2,350	665
2010	3,876	543
2011	2,350	120
2012	6,700	2,080
2013	3,500	350

費率變更資訊	
生效日	平均費率調整幅度 (Average Rate Change)
2014 年 7 月 1 日	5.00%
2015 年 7 月 1 日	3.00%
2016 年 1 月 1 日	-2.00%

單位：仟元

日曆年	滿期保費
2015	3,960
2016	3,670

- 全部保單均為一年期。
- 簽單暴露數均勻分佈於整年度。
- 年保費趨勢值(Annual premium trend)=3.5%。

- 限制在 100,000 以下之年損失幅度趨勢值(Annual severity trend capped at 100,000)= -5% 。
- 年損失頻率趨勢值(Annual frequency trend)=3% 。
- 36 個月後損失發展尾端因子(tail factor)=1.03 。
- 固定費用率=7% 。
- 變動費用率=25% 。
- 利潤率=3% 。
- 不可分配理賠費用率(ULAE provision)=賠款及可分配理賠費用的 8% (8% of loss and ALAE) 。
- 新費率預計於 2019 年 1 月 1 日生效，且假設其有效期間為 1 年。
- 上述假設為完全可信度。

請計算新費率可調整幅度(indicated rate change)。

### 【參考解答】

單位：仟元

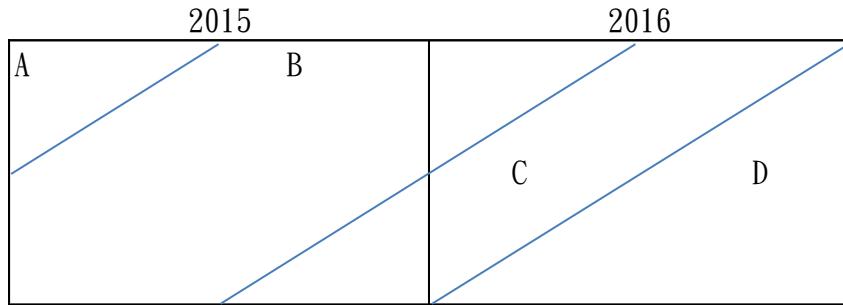
意外年	限制在100,000以下之已報賠款及理賠費用		
	12月	24月	36月
2014	1,216	1,550	1,700
2015	1,875	2,435	
2016	1,950		

意外年	12-24	24-36	36-Ult
2014	1.275	1.097	1.030
2015	1.299		
LDF	1.287	1.097	1.030
CDF	1.454	1.130	1.030

意外年	已報賠款及理賠費用	CDF	趨勢因子	趨勢期間	最終賠款及理賠費用
2015	2,435	1.130	0.9785	4.5	2,494
2016	1,950	1.454	0.9785	3.5	2,627
合計					5,121

**超賠比率**

意外年	趨勢化已報賠款及理賠費用			超賠比率
	未設限(Unlimited)	超過100,000	限制下賠款	
2009	2,350	665	1,685	39.5%
2010	3,876	543	3,333	16.3%
2011	2,350	120	2,230	5.4%
2012	6,700	2,080	4,620	45.0%
2013	3,500	350	3,150	11.1%
合計1	18,776	3,758	15,018	25.0%
合計2				23.5%



**費率變更資訊**

生效日	平均費率調整幅度 (Average Rate Change)	費率水準
		1.000
2014年7月1日	5.00%	1.050
2015年7月1日	3.00%	1.082
2016年1月1日	-2.00%	1.060

日曆年	A	B	C	D	平均費率水準	On-level Factor
2015	0.125	0.750	0.125	0.000	1.0477	1.0116
2016	0.000	0.125	0.375	0.500	1.0667	0.9936
費率水準	1.000	1.050	1.082	1.060		

日曆年	滿期保費	保費趨勢因子	保費趨勢期間	趨勢化現行費率水準下之滿期保費	限制下損失率
2015	3,960	1.035	4.5	4,677	53.3%
2016	3,670	1.035	3.5	4,113	63.9%
合計				8,790	58.3%

		sample 1	sample 2
(1)	限制下損失率	58. 3%	58. 3%
(2)	ULAE%	8%	8. 0%
(3)	超賠比率	25. 0%	23. 5%
(4)	固定費用率	7%	7%
(5)	變動費用率	25%	25%
(6)	利潤率	3%	3%
(7)	費率可調整幅度	18. 99%	17. 62%

2. (5 分)

已知下列資訊：

行政區	等級	曝露數	賠款	現行純保費
A	1	100	250	2.40
	2	125	500	4.00
	小計	225	750	3.29
B	1	200	630	3.16
	2	325	1,500	4.62
	小計	525	2,130	4.06
C	1	180	520	2.85
	2	450	1,800	4.02
	小計	630	2,320	3.69
A+B+C	1	480	1,400	2.89
	2	900	3,800	4.23
	合計	1,380	5,200	3.76

- 完全可信度標準為 1,450 曝露數。

(a) (3 分)

請使用 Harwayne's Method，計算行政區 B、等級 1 之可信度加權純保費(credibility-weighted pure premium)。

(b) (2 分)

討論使用 Harwayne's Method 的適當性，以及評論三個 Harwayne's Method 使用可信度補數的特性。。

## 【參考解答】

(a)

Step 1 : 以B暴露數計算A、C加權平均純保費

$$L_A = 3.390 \quad (= (100*2.4 + 125*4)/225)$$

$$L_C = 3.574$$

Step 2 : 調整因子(adjustment factors)

$$F_A = L_B/L_A = 1.199$$

$$F_C = L_B/L_C = 1.137$$

Step 3 : 調整損失成本(等級1)

$$\hat{L}_{1,A} = L_{1,A} * F_A = 2.88$$

$$\hat{L}_{1,C} = L_{1,C} * F_C = 3.24$$

Step 4 : 可信度補數

$$C = 3.11$$

$$= (\hat{L}_{1,A} * E_{1,A} + \hat{L}_{1,C} * E_{1,C}) / (E_{1,A} + E_{1,C})$$

Step 5 : 可信度

$$\text{可信度} = 0.371$$

$$= \text{MIN}(\text{SQRT}(E_{1,B}/\text{可信度標準}), 1)$$

Step 6 : 可信度加權純保費

$$= 3.129$$

$$= \text{step 5} * P_{1,B} + C * (1 - \text{step 5})$$

(b)

適當性：

- ✓ 它是適當的，因為移除了分佈上的偏差，以及 B1 的暴露數是低的。
- ✓ 它是適當的，因為用其他相關的行政區經驗資料調整分佈的差異性。

特性

- ✓ 它產生較精確的估計，接近實際值。
- ✓ 不偏的，它調整了分佈上的差異性。
- ✓ 主要經驗資料與補數資料之獨立性。
- ✓ 資料易取得，但計算上可能較費時及複雜的。
- ✓ 補數和主經驗資料有邏輯相關性(logical relationship)
- ✓ 補數可能較難去解釋，因為計算上的複雜性。

3. (4 分)

已知下列保單資訊：

保單	生效日	到期日	預收保費
1	2015 年 5 月 1 日	2017 年 4 月 30 日	1,400
2	2017 年 9 月 1 日	2018 年 8 月 31 日	750
3	2016 年 7 月 1 日	2017 年 6 月 30 日	800
4	2017 年 4 月 1 日	2017 年 10 月 31 日	350

- 每一保單到期後六個月會進行保費結算，結算後結算保費均較預收保費增加 5%。
- (a) (1 分)  
請計算評估日 2017 年 12 月 31 日之曆年 2017 年簽單保費。
- (b) (1 分)  
請計算評估日 2017 年 12 月 31 日之曆年 2017 年滿期保費。
- (c) (1 分)  
請計算評估日 2018 年 12 月 31 日之保單年 2017 年簽單保費。
- (d) (1 分)  
請計算評估日 2017 年 12 月 31 日之保單年 2017 年滿期保費。

**【參考解答】**

(a)

保單	計算
1	$=1400 \times 0.05 = 70$
2	$=750$
3	$=800 \times 0.05 = 40$
4	$=350$
合計	$=70 + 750 + 40 + 350 = 1210$

(b)

保單	計算
1	$=1400 \times 4/24 + 1400 \times 0.05 = 303.33$
2	$=750 \times 4/12 = 250$
3	$=800 \times 1/2 + 800 \times 0.05 = 440$
4	$=350$
合計	$=303.33 + 250 + 440 + 350 = 1343.33$

(c)

保單	計算
1	=0
2	=750
3	=0
4	= $350+350*0.05=367.5$
合計	= $750+367.5=1117.5$

(d)

保單	計算
1	=0
2	= $750*4/12=250$
3	=0
4	=350
合計	= $250+350=600$

4. (6 分)

您正在進行風險分類係數之評估，已知下列資訊：

費率等級 A (Rating Class A)				
意外年	滿期暴露數	已報賠款 (at Dec. 31.2016)	權重	累積發展因子
2014	1,500	255,000	25%	1.100
2015	1,750	245,000	35%	1.210
2016	1,550	215,000	40%	1.350
合計	4,800	715,000		

- 新費率將於 2019 年 4 月 1 日生效，且預期有效期為一年。
- 全部保單均為一年期保單。
- 年損失頻率趨勢值為 4%。
- 年損失幅度趨勢值為 2%。
- 因法令變更因素，於意外年 2019 年 1 月 1 日起發生之賠案，其年趨勢值限制為 3%。
- 完全可信度標準以最終件數 850 件計算。
- 採平方根法(The Square Rule)計算部份可信度。
- 可信度補數採市場分類係數計算。

(a) (3 分)

請計算費率等級 A 之趨勢化最終純保費(trended ultimate pure premium)。

(b) (3 分)

補充下列資訊：

費率等級 (Rating Class)	2016 年 簽單暴露數	最終件數	趨勢化 最終純保費	市場分類係數 (Relativities)
A	1,500	450	From(a)	1.15
B	1,000	350	280	0.98
C	850	250	300	1.25
合計	3,350	1,050		

請計算各費率等級之可信度加權純保費分類係數。(credibility-weighted pure premium rating class relativities)。

## 【參考解答】

(a)

年幅度趨勢	4% 限制年頻率趨勢	3%
年頻率趨勢	2% 限制年頻率趨勢	3%

$$\begin{aligned} \text{經驗期間趨勢} &= (1+0.04)*(1+0.02)-1 = 6.08\% \\ \text{法令變更趨勢} &= (1+0.03)*(1+0.02)-1 = 5.06\% \\ \text{可信度件數} &= 850 \end{aligned}$$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
意外年	平均經驗期間	法令變更生效日	平均預期暴險期間	經驗趨勢期間(月數)	未來趨勢期間(月數)
2014	1/7/2014	1/1/2019	1/4/2020	54	15
2015	1/7/2015	1/1/2019	1/4/2020	42	15
2016	1/7/2016	1/1/2019	1/4/2020	30	15
合計					

	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
意外年	經驗期間純保費趨勢	未來暴險期間純保費趨勢	趨勢因子	趨勢化最終賠款	趨勢化最終純保費
2014	1.304	1.064	1.387	389,054	259.37
2015	1.229	1.064	1.308	387,757	221.58
2016	1.159	1.064	1.233	357,878	230.89
合計					234.75

(b)

	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
費率等級 (Rating Class)	2016年簽單暴露數	趨勢化最終純保費	純保費係數	最終件數	可信度
A	1,500.00	234.75	0.886	450.00	0.73
B	1,000.00	280.00	1.057	350.00	0.64
C	850.00	300.00	1.133	250.00	0.54
合計	3,350.00	264.81	1.000	1,050.00	

	(16)	(17)	(18)
費率等級	市場分類係數	平衡市場分類係數	可信度加權純保費係數
A	1.150	1.023	0.924
B	0.980	0.871	0.991
C	1.250	1.111	1.123
合計	1.125	1.000	

5.(3 分)

ABC 保險公司蒐集有以下資料：

自負額\$1,000 之保單理賠資料		
理賠金額(\$)範圍	件數	理賠金額合計
0-499	1,000	\$300,000
500-999	3,000	\$2,250,000
1000-1499	5,000	\$6,500,000
1500-1999	6,000	\$10,800,000
2000-2499	3,000	\$6,750,000
2500-	12,000	\$51,000,000
合計	30,000	\$77,600,000

險部欲推出自負額\$2,000 之費率檔級，作為 ABC 保險公司之精算人員，請計算自負額\$2,000 之 LER(Loss Elimination Ratio) (以自負額\$1,000 為基礎類別)，假設無固定費用、皆為變動費用。

**【參考解答】**

$$\text{LER} = [300,000 + 2,250,000 + (5,000 + 6,000 + 3,000 + 12,000) * 1,000] / 77,600,000 = 36.8\%$$

6.(6 分)

XYZ 保險公司承作一住宅火災保險業務，承保有 10,000 間住宅、每間住宅價值\$20,000，假設其適用 80%共保條款，其年度損失經驗資料如下：

損失金額(\$)範圍	件數	平均理賠金額
1-4000	80	\$3,000
4001-8000	50	\$6,400
8001-12000	40	\$10,000
12001-16000	20	\$14,000
16001-20000	10	\$19,000

請問：

(a) (2 分)

其純保費率(每百元保額)為？

(b) (2 分)

假設每間住宅投保保額皆為\$12,000，保險公司是否會有 additional profit or loss？為多少？

(c) (2 分)

假設每間住宅投保保額皆為\$20,000，保險公司是否會有 additional profit or loss？為多少？

### 【參考解答】

(a)

損失金額(\$)範圍	件數	平均理賠金額	損失頻率	損失幅度	純保費
(1)	(2)	(3)=(1)/10000	(4)=min((2),16000)	(5)=(3)*(4)	
1-4000	80	\$3,000	0.008	3,000	24
4001-8000	50	\$6,400	0.005	6,400	32
8001-12000	40	\$10,000	0.004	10,000	40
12001-16000	20	\$14,000	0.002	14,000	28
16001-20000	10	\$19,000	0.001	16,000	16
合計					140

→ 純保費率(每百元保額)= $140/(20,000*80%/100)=0.875$

(b)

Pure premium received= $0.875*(12,000/100)*10,000=1,050,000$

Losses

paid= $(12,000/16,000)*(80*3,000+50*6,400+40*10,000+20*14,000)+10*12,000$

$$=1,050,000$$

→ 保險公司無 additional profit or loss，為 0

(c)

$$\text{Pure premium received} = 0.875 * (20,000 / 100) * 10,000 = 1,750,000$$

$$\text{Losses paid} = 80 * 3,000 + 50 * 6,400 + 40 * 10,000 + 20 * 14,000 + 10 * 19,000$$

$$= 1,430,000$$

$$\text{Additional profit} = 1,750,000 - 1,430,000 = 320,000$$

→ 保險公司有 additional profit，為 \$320,000

7.(5 分)

給定下列資訊，請計算下列責任險種之 expense fee 為何？

假設基礎費率(區域 A)為 300。

暴露數分佈

區域	20/40	50/100	100/300
A	100	250	150
B	50	100	50
C	50	150	100

區域	差比
A	1.0
B	1.5
C	0.8

保額	高保額係數
20/40	1.00
50/100	1.25
100/300	1.60

Expense Summary		
費用種類	保費%	固定費用占率
Commission	10.0	0%
Other acquisition	8.0	75%
General	4.0	100%
Taxes, licenses, and fees	3.0	0%
Profit & contingencies	5.0	0%

**【參考解答】**

所有暴露數 =  $100+250+150+50+100+50+50+150+100 = 1000$

區域 A 暴露數占率 =  $(100+250+150)/1000 = 0.5$

區域 B 暴露數占率 =  $(50+100+50)/1000 = 0.2$

區域 C 暴露數占率 =  $(50+150+100)/1000 = 0.3$

保額 20/40 暴露數占率 =  $(100+50+50)/1000 = 0.2$

保額 50/100 暴露數占率 =  $(250+100+150)/1000 = 0.5$

保額 100/300 暴露數占率 =  $(150+50+100)/1000 = 0.3$

平均區域差比 =  $0.5 \times 1.0 + 0.2 \times 1.5 + 0.3 \times 0.8 = 1.04$

$$\text{平均 ILF} = 0.2 \times 1.00 + 0.5 \times 1.25 + 0.3 \times 1.60 = 1.305$$

$$\text{TLAR} = 300 \times 1.04 \times 1.305 = 407.16$$

$$F = 8\% \times 0.75 + 4\% \times 1 = 10\%$$

$$V = 10\% + 8\% \times 0.25 + 3\% = 15\%$$

$$Ap = (TLAR \times F) / (1 - V - Q) = (407.16 \times 0.1) / (1 - 0.15 - 0.05) \doteq 50.9$$

8.(3 分)

給定以下資訊：

CY	滿期 暴露數	簽單 暴露數	平準滿期 保費(千元)	平準簽單 保費(千元)
2016	2,000	2,250	14,528	16,390
2017	2,400	2,700	18,327	20,339

- 保單皆為一年期保單
- 下次預計費率生效日為 2019/7/1
- 費率有效一年
- 未來保費趨勢=3%

請用 two-step 趨勢方法，計算 CY2016 趨勢後現行費率水準之滿期保費。

**【參考解答】**

Step1 現行費率水準下最近平均簽單保費

$$=20,339/2,700*1,000=7,533$$

CY2016 現行費率水準下平均滿期保費

$$=14,528/2,000*1,000=7,264$$

Step1 趨勢因子

$$=7,533/7,264=1.037$$

Step2 趨勢化期間為

CY2017 平均簽單日至未來費率生效期間中點

2017/7/1 至 2020/1/1

趨勢期間為 2.5 年

故 CY2016 趨勢後現行費率水準之滿期保費

$$=14,528*1.037*(1.03)^{2.5}= \underline{16,221} \quad (\text{千元})$$

9.(5 分)

給定以下資訊：

費用類別	2017 年費用(元)	固定費用比例(% fixed)
一般費用	392,000	55.0%
其他招攬費用	165,200	60.0%
佣金、代理費	634,200	0.0%
營業稅	80,640	80.0%

- 2017 年簽單保費=4,771,200
- 2017 年滿期保費=4,053,000
- 每一暴露數之平均損失成本=6,016
- 利潤率=4%
- 一般費用發生於保單有效期間。
- 除一般費用外之其他費用發生於保單生效日。

(a) (2 分)

計算固定費用率及變動費用率。

(b) (1 分)

以 All Variable Expense Method 計算平均保費(indicated average rate)。

(c) (2 分)

假設你要使用 Premium-Based Projection Method 計算平均費率。

若在 2018/1/1 將實施費率調漲，請寫出固定費用率將受到如何影響？

並簡要提出一個方法，修正上述之影響。

### 【參考解答】

(a)

$$\begin{aligned}\text{固定費用率} &= \frac{392,000}{4,053,000} * 55\% + \frac{165,200}{4,771,200} * 60\% \\ &\quad + \frac{634,000}{4,771,200} * 0\% + \frac{80,640}{4,771,200} * 80\% = \underline{\underline{8.75\%}} \\ \text{變動費用率} &= \frac{392,000}{4,053,000} * (1-55\%) + \frac{165,200}{4,771,200} * (1-60\%) \\ &\quad + \frac{634,000}{4,771,200} * (1-0\%) + \frac{80,640}{4,771,200} * (1-80\%) = \underline{\underline{19.37\%}}\end{aligned}$$

(b)

$$\text{平均保費} = 6,016 / (1 - 8.75\% - 19.37\% - 4\%) = \underline{\underline{8,862}}$$

(c)

因為在 2018/1/1 將實施費率調漲，意謂著相較預測 2018 年的保費水準，2017 年的歷史保費水準為偏低，也就高估了 2017 年的固定費用率。

為修正上述之高估情形，可先將保費平準化再進行固定費用率之計算。

10.(4 分)

給定以下資訊：

損失金額 size of loss	已報賠款件數 reported claim counts	已報損失總額 reported ground-up losses
X<=25,000	80	1,344,000
25,000<X<=100,000	74	3,145,000
100,000<X	3	830,000

損失金額超過 100,000 的 3 件賠款分別為 180,000、250,000 與 400,000。

(a) (2 分)

計算限額 100,000 與 200,000 之 Limited Average Severity , LAS(100,000)與 LAS(200,000)。

(b) (1 分)

計算以 100,000 為基本限額下，限額 200,000 之 Increased Limit Factor , ILF(200,000)。

(c) (1 分)

通常(b)的結果是在三項假設為前提下方可計算：

- 1.各項核保相關費用及利潤皆為變動的，且各限額下為相同。
- 2.損失頻率及損失幅度為獨立的。

請列出第 3 項假設。

### 【參考解答】

(a)

$$\text{LAS}(100,000) = (1,344,000 + 3,145,000 + 3 * 100,000) / (80 + 74 + 3) = \underline{30,503}$$

$$\text{LAS}(200,000) = (1,344,000 + 3,145,000 + 180,000 + 2 * 200,000) / (80 + 74 + 3) = \underline{32,287}$$

(b)

$$\text{ILF}(200,000) = \text{LAS}(200,000) / \text{LAS}(100,000) = 32,287 / 30,503 = \underline{1.058}$$

(c)

各限額下損失頻率相同。

11.(3 分)

以 Werner & Modlin 在「Basic Ratemaking」一書中提出之核保週期(Underwriting Cycles) 內容，回答下列問題：

(a) (1.5 分)

請簡述何謂 hard market 及 soft market。

(b) (1.5 分)

請簡述 hard market 轉變為 soft market 之過程。

### 【參考解答】

(a)

hard market：

保險市場有較高的保費及較高的利潤期間。

soft market：

保險市場有較低的保費及較低的利潤期間。

(b)

hard market：保險市場有較高的保費及較高的利潤期間。

→某些保險公司為爭取市佔率及成長，推出具競爭力(較低)之費率。

→保險同業為因應較低之費率，跟進調降費率。

→soft market：保險市場有較低的保費及較低的利潤期間。

12.(4 分)

資料基準日為 2016/12/31，假設已報賠款至 48 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

累積已報案賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	1,000	1,400	1,600	1,800
2014	4,000	5,500	6,000	
2015	4,200	5,600		
2016	4,500			

事故年	滿期保費
2013	1,500
2014	6,500
2015	7,500
2016	8,000

預期損失率為 78%

事故年 2016 截至 2016/12/31 之已付賠款為 2800

(a) (2 分)

請以預期損失率法 (Expected Claims Technique) 計算截至 2016/12/31 事故年 2016 之 IBNR 及未付賠款。

(b) (2 分)

請以 B-F 法 (Bornhuetter-Ferguson Technique) 計算截至 2016/12/31 事故年 2016 之 IBNR 及未付賠款。

### 【參考解答】

累積已報賠款損失			
事故年	12-24	24-36	36-48
2013	1.400	1.143	1.125
2014	1.375	1.091	
2015	1.333		
簡單平均	1.369	1.117	1.125
累積簡單平均	1.721	1.257	1.125

(a)

$$\text{IBNR} = 8000 * 78\% - 4500 = 1740$$

$$\text{未付賠款} = 8000 * 78\% - 2800 = 3440$$

(b)

$$\text{IBNR} = 8000 * 78\% * (1 - 1/1.721) = 2614.201$$

$$\text{未付賠款} = 4500 + 2614.201 - 2800 = 4314.201$$

13.(4 分)

資料基準日為 2016/12/31，假設已報賠款至 48 個月已發展完成，計算以簡單平均法及四捨五入法至小數點後 3 位。

累積已付賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	400	880	1,135	1,250
2014	450	1,100	1,400	
2015	550	1,300		
2016	650			

事故年	滿期保費
2013	2,000
2014	2,500
2015	2,800
2016	3,200

假設 2014/12/31 後主管機關頒布新法令，使所有損失發生幅度增加 15%。

公司決定自 2014/1/1 起調高費率 25%。公司每年所簽發之保單均平均分配。

(a) (2 分)

請以已付賠款發展法計算事故年 2016 之最終賠款。

(b) (2 分)

請以 Cape Cod 法計算事故年 2016 之最終賠款。

**【參考解答】**

(a) 已付賠款發展法

累積已付賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	400	880	1,135	1,250
2014	450	1,100	1,400	
2015	550	1,300		
2016	650			

各年度已付賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	400	480	255	115
2014	450	650	300	
2015	550	750		
2016	650			

調整已付賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	460	552	255	115
2014	518	650	300	
2015	550	750		
2016	650			

調整累積已付賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	460	1,012	1,267	1,382
2014	518	1,168	1,468	
2015	550	1,300		
2016	650			

累積已報賠款損失			
事故年	12-24	24-36	36-48
2013	2.200	1.252	1.091
2014	2.256	1.257	
2015	2.364		
簡單平均	2.273	1.255	1.091
累積簡單平均	3.112	1.369	1.091

事故年 2016 之最終賠款=650\*3.112=2022.8

### (b) Cape Cod 法

事故年	滿期保費	On-Level係數	On-Level滿期保費	調整累積已付賠款損失	CDF	最終賠款
2013	2,000	1.250	2500	1,382	1	1382
2014	2,500	1.111	2777.778	1,468	1.091	1601.043
2015	2,800	1	2800	1,300	1.369	1779.7
2016	3,200	1	3200	650	3.112	2022.8
合計			11277.778			6785.543

預期損失率=6785.543/11277.778=60.2%

事故年 2016 之最終賠款=3200\*0.602\*(1-1/3.112)+650=1957.377

14.(4 分)

資料基準日為 2016/12/31，假設賠款至 48 個月已發展完成，計算以四捨五入法至小數點後 3 位。

累積已報案賠款損失				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	2,800	5,600	7,000	7,200
2014	2,500	4,000	5,200	
2015	2,700	4,700		
2016	3,000			

超賠分出再保賠款				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	0	750	1,200	1,200
2014	0	0	400	
2015	200	300		
2016	0			

事故年	XOL 後累積已付賠款
2013	5,500
2014	4,050
2015	3,020
2016	1,520

事故年	Stop Loss Limit
2013	5,000
2014	5,000
2015	4,000
2016	NA

請以已報賠款發展法計算各年度超賠合約後淨自留未付賠款。

**【參考解答】**

自留已報賠款				
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.	48 mos.
2013	2,800	4,850	5,800	6,000
2014	2,500	4,000	4,800	
2015	2,500	4,400		
2016	3,000			

累積已報賠款損失			
事故年	12-24	24-36	36-48
2013	1.732	1.196	1.034
2014	1.600	1.200	
2015	1.760		
簡單平均	1.697	1.198	1.034
累積簡單平均	2.103	1.239	1.034

事故年	自留已報賠款	CDF	前自留最終已報	Stop Loss	XOL後自留最終已報賠款	XOL後累積已付賠款	XOL後未付賠款
2013	6,000	1	6000	5000	5000	5500	0
2014	4,800	1.034	4963.2	5000	4963.2	4050	913.2
2015	4,400	1.239	5451.6	4000	4000	3020	980
2016	3,000	2.103	6309		6309	1520	4789

15.(5 分)

給定以下保險公司截至 2016/12/31 之資訊

事故年	滿期保費 (\$000)	已報賠款 (Reported Losses)(\$000)	Cumulative LDF
2012	3,000	1,500	1.05
2013	3,500	1,920	1.10
2014	3,300	1,750	1.20
2015	3,200	1,980	1.35
2016	3,800	2,450	1.40

假設

1. 所有保單均為年保單
2. 每年的損失(Loss cost)趨勢為 3%
3. 每年 1 月 1 日費率調升 5%
4. 每年保單簽發均勻分配

試採用 B-F 法(Bornhuetter-Ferguson method)計算事故年 2016 之最終賠款，根據事故年 2012 年至 2014 年的經驗計算其最終損失率。

### 【參考解答】

Ans:			
AY	Trended Ult. Reported Losses		
2012	$1500 * 1.05 * (1 + 0.03)^4 =$	1,772.7	
2013	$1920 * 1.1 * (1 + 0.03)^3 =$	2,307.8	
2014	$1750 * 1.2 * (1 + 0.03)^2 =$	2,227.9	
Total		6,308.4	
AY	滿期保費 (\$000)	CRLF	On level EP
2012	3000	$(1 + 0.05)^4$	3,646.52
2013	3500	$(1 + 0.05)^3$	4,051.69
2014	3300	$(1 + 0.05)^2$	3,638.25
AY	On level EP	Trended Ult. Reported Losses	Loss Ratio
2012	3,646.52	1,772.7	48.6%
2013	4,051.69	2,307.8	57.0%
2014	3,638.25	2,227.9	61.2%
Average			55.6%
Ans: AY 2016 =	$2450 + 55.6\% * 3800 * (1 - 1 / 1.4) = 3053.7$		

16.(4 分)

有一保險公司於 2016 年發生一大賠案，下列為事故年 2016 之相關資訊。

未經大賠案調整，預估最終 ALAE 金額如下：

Paid ALAE Development Technique : 11,000

Paid ALAE to Paid Claims Only Ratio : 12,500

	Paid Claim Only	Paid ALAE	Ultimate Claims Only	Ultimate ALAE
所有賠案	7,500	2,000	30,000	未提供
大賠案	0	1,500	6,000	2,100

(a) (2 分)

採用 Paid ALAE Development Technique，考慮大賠案調整預估 2016 年最終 ALAE。

(b) (2 分)

採用 Paid ALAE to Paid Claims Only Ratio technique，考慮大賠案調整預估 2016 年最終 ALAE。

**【參考解答】**

a.									
Paid ALAE CDF =	11000/2000=		5.5						
Ultimate =	(2000-1500)*5.5+2000=			4750					
b.									
Paid Ratio CDF =	(12500/30000)/(2000/7500)=		1.563						
Ultimate Ratio =	1.563 * (2000 - 1500)/7500=		0.104						
Ultimate ALAE =	0.104*(30000 - 6000) + 2100 =		4596						

17.(5 分)

你擁有以下資訊

事故年	累計結案件數					最終件數	
	月份數						
	12	24	36	48	60		
2013	6,000	10,950	12,750	13,800	15,000	15,000	
2014	7,200	12,000	15,000	17,100		18,000	
2015	7,500	14,250	17,850			21,000	
2016	8,250	15,975				22,500	
2017	9,600					24,000	

事故年	累計已付賠款(\$000)				
	月份數				
	12	24	36	48	60
2013	30,000	52,500	67,500	78,000	84,000
2014	37,500	58,500	72,000	82,500	
2015	36,000	63,000	75,000		
2016	46,500	75,000			
2017	52,500				

(a) (3 分)

請利用 Berquist-Sherman 所提出之處理結案率變化(adjusting the paid claims in claim settlement pattern)的方法,修正事故年度 2013 年之各評估時點的累計已付賠款(即 12 個月、24 個月、36 個月、48 個月及 60 個月)。假設已付賠款增量(incremental paid claims)與結案件數增量(incremental number of closed claims)之間是線性相關。

(b) (2 分)

請說明前述方法在使用時,採用最近一個曆年度結案率(claims disposed ratios)資料的優點。

**【參考解答】**

(a) :

累計結案率(Cumulative Disposal Ratios)

事故年	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	<u>60</u>
2013	40.0%	73.0%	85.0%	92.0%	100.0%
2014	40.0%	66.7%	83.3%	95.0%	
2015	35.7%	67.9%	85.0%		
2016	36.7%	71.0%			
2017	40.0%				
選定結案比率	40.0%	71.0%	85.0%	95.0%	100.0%

利用選定的結案比率調整過去結案件數(時間不足時可省略前項)

(2013年第12個、36個月及60個月的結案率與選定值相同不必調整，故僅需調整24及48個月的數字)

調整後累計結案件數

事故年	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	<u>60</u>
2013	6,000	<u>10,650</u>	12,750	<u>14,250</u>	15,000

調整後累計已付賠款(\$000)

事故年	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	<u>60</u>
2013	30,000	<u>51,136</u>	67,500	<u>80,250</u>	84,000

$$\underline{2013@24\text{ 個月}} = 51,136 = 30,000 + (52,500 - 30,000) * (0.71 - 0.4) / (0.73 - 0.4)$$

$$\underline{2013@48\text{ 個月}} = 80,250 = 78,000 + (84,000 - 78,000) * (1 - 0.95) / (1 - 0.92)$$

(b) : The latest diagonal of the adjusted paid claim triangle will not change from the unadjusted paid claim triangle.

每個事故年度的最近一期累計已付賠款仍維持原數值不會被改變

18.(6 分)

ABC 公司每年向 XYZ 再保公司購買了停損再保險(Stop Loss) , 每年的購買的限額不同。ABC 公司之賠款及再保限額資訊如下:

保單年	停損再保限額	已報淨自留賠款 (未考量停損再保)	最終發展因子
2013	共用額度 5,000,000	2,625,000	1.15
2014		2,225,000	1.50
2015	3,000,000	1,100,000	2.00
2016	3,000,000	X	3.00
2017	無	950,000	4.50

已知 2017 年底時 XYZ 公司的 IBNR 為 1,506,250 元

(a) (4 分)

請計算出 X 為多少?

(b) (2 分)

請計算出 ABC 公司於 2017 年底時之 IBNR 為多少?

【參考解答】

(a)

保單年	已報淨自留賠款 (未考量停損再保)	最終損失發展因子 (2)	預期最終賠款 (未考量停損再保) (3)=(1)*(2)
	(1)		
2013	2,625,000	1.15	3,018,750
2014	2,225,000	1.50	3,337,500
2015	1,100,000	2.00	2,200,000
2016	X	3.00	3X
2017	950,000	4.50	4,275,000

保單年	已報淨自留賠款 (未考量停損再保)	預期最終賠款 (未考量停損再保) (5)=(3)整合後	預期最終賠款 (考量停損再保) (6)
	(4)=(1)整合後		
2013-2014	4,850,000	6,356,250	5,000,000
2015	1,100,000	2,200,000	2,200,000
2016	X	3X	min(3,000,000,3X)
2017	950,000	4,275,000	4,275,000

保單年	ABC 公司之 IBNR	XYZ 公司之 IBNR
	(7)=(6)-(4)	(8)=max((5)-(6),0)
2013-2014	150,000	1,356,250
2015	1,100,000	0
2016	min(3,000,000,3X)-X	3X-min(3,000,000,3X)
2017	3,325,000	0
	合計	<u>1,506,250</u>

因為 XYZ 公司之 IBNR 為  $1,506,250 > 1,356,250$ ，所以 2016 事故年度之最終賠款應大於停損再保險之限額。

因此 ABC 公司在 2016 事故年度之預期最終賠款(考量停損再保險後)應為 3,000,000

故可求出

$$X = \frac{1,050,000}{}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad ABC \text{ 公司於 } 2017 \text{ 年底時之} &= 150,000 + 1,100,000 + (3,000,000 - 1,050,000) \\
 \text{IBNR} &+ 3,325,000 \\
 &= \underline{\underline{6,525,000}}
 \end{aligned}$$

19.(6 分)

下表中列出用各種不同方法所計算出的 3 個不同險別之 IBNR 金額。

估計方法	險種 A	險種 B	險種 C
損失發展法-已付	\$915	\$625	\$1,385
損失發展法-已發生	\$915	\$1,238	\$675
BF 法-已付	\$242	\$625	\$1,172
BF 法-已發生	\$668	\$1,133	\$675
預期損失率法	\$21	\$625	\$675

(a) (2 分)

倘若險種 A 的實際 IBNR 值為 915，

基於上述各種方法所預測的 IBNR，請問險種 A 發生了什麼改變，導致預期 IBNR 和實際值的差異？(請詳述)

(b) (2 分)

倘若險種 B 的實際 IBNR 值為 625，

基於上述各種方法所預測的 IBNR，請問險種 B 發生了什麼改變，導致預期 IBNR 和實際值的差異？(請詳述)

(c) (2 分)

倘若險種 C 的實際 IBNR 值為 675，

基於上述各種方法所預測的 IBNR，請問險種 C 發生了什麼改變，導致預期 IBNR 和實際值的差異？(請詳述)

### 【參考解答】

(a)

險種 A 損失率的惡化，將會導致以損失發展法-已發生及已付估計出正確的 IBNR，而預期損失率法及 BF 法(已付及已發生)均會低估 IBNR。

(b)

個案賠款準備金估計的改變(強化準備金)。損失發展法-已付或 BF 法-已付皆不會受到個案賠款準備金估計數變化的影響，而預期損失率法的估計並不受損失經驗的影響。用已發生損失估計會有高估的情形發生。

(c)

理賠結案速度的改變所致。如果結案速度增快，用過往已付損失經驗(損失法展法-已付或 BF 法-已付)估計會高估 IBNR。

20.(5 分)

你擁有下列資訊

事故年	已付可分配理賠費用占已付賠款之比率			
	月份數			
	12	24	36	48
2014	0.0060	0.0077	0.0080	0.0080
2015	0.0070	0.0081	0.0090	
2016	0.0065	0.0079		
2017	0.0062			

事故年	預期最終賠款 (\$000)
2014	\$420,000
2015	\$436,800
2016	\$454,280
2017	\$472,440

假設賠案以及 ALAE 皆在 48 個月後無發展。

(a) (3 分)

請利用乘型已付可分配理賠費用對已付賠款法(multiplicative paid ALAE-to-paid claims only method)，且採用所有年度簡單平均損失發展因子(all-year,simple average age-to-age develop factors)，預估 2017 事故年度的最終 ALAE。

註:計算發展因子時請四捨五入至小數點第三位。

(b) (2 分)

請分別舉出採上述方法預估 ALAE 的優點及缺點(各一項)。

## 【參考解答】

(a)

事故年	發展期間		
	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>
2014	1.283	1.039	1.000
2015	1.157	1.111	
2016	1.215		
平均	1.218	1.075	1.000
CDF	1.309	1.075	1.000

故 2017 事故年之最終已付可分配理賠費用占已付賠款之比率  
=2017 事故年比率  $\times$  (12 個月至最終發展因子)  
 $=0.0062 \times 1.309 = 0.0081$

事故年 2017 之最終 ALAE=2017 最終賠款  $\times$  最終佔比  
 $=\$472,440,000 \times 0.0081 = \$3,826,764$

(b)

優點: \*確認 ALAE 與賠案之間的關聯性  
\*比率發展因子往往不會高槓桿  
\*在估計時可以很容易插入精算判斷

缺點: \*若最終賠款估計錯誤也會影響到最終 ALAE 的估計數  
\*在部分險別中，會出現 ALAE 金額很大，但最終賠款是零的情況。(尤其是大型賠案)

21.(6 分)

(a) (2 分)

請指出估計不可分配理賠費用(ULAE)準備金-現金基礎(Dollar-Based)的基本假設。

(b) (2 分)

請指出估計不可分配理賠費用(ULAE)準備金-計數基礎(Count-Based)的基本假設。

(c) (2 分)

請指出兩個可能會影響精算師決定選擇以現金基礎或技術基礎，來估計不可分配理賠費用準備金的因素。

#### 【參考解答】

(a) 詳 Friedland P387

不可分配理賠費用的支出軌跡與賠案金額的時間以及數額同步變化  
(或)不可分配理賠費用與已付賠款一起隨著時間同步、穩定的變化

(b) 詳 Friedland P402

相同的交易產出相同的不可分配理賠用金額，不可分配理賠費用的  
支出與賠案本身的大小無關

(c) (以下四選二)

- 1.若不可分配理賠費用的支出預期是以賠案金額的比例，則傾向採以現金基礎
- 2.對於計數基礎而言，賠案件數資料和每筆交易的成本可能很難獲得和量化
- 3.如果可取得並研究出處理整個賠案重頭到尾的理賠成本，則傾向採用計數基礎
- 4.如果不採用計數基礎，則採用現金基礎可能更準確