

G1 基礎費率釐訂與準備金

1. (5 分)

已知下列資訊：

費用種類	選擇費用率	固定費用% (% Assumed Fixed)
一般費用	10.00%	70%
其他招攬費用	3.50%	60%
營業稅金	5.00%	50%
佣金、代理費	16.00%	0

- 預期最終純保費(Projected ultimate pure premium)=750
- 核保利潤=5%
- 預期每一曝露數平均保費(Projected average premium per exposure)=1,100

(1) (1 分)

使用 All Variable Expense Method 計算平均保費(indicated average rate)。

(2) (2 分)

使用 Premium-based Projection Method 計算平均保費(indicated average rate)? 並請說明此方法的缺點。

(3) (2 分)

請問除了上述 All Variable Expense Method 及 Premium-Based Projection Method 外，還有哪種方法常用於費率計算之費用預測，請簡述之？並請說明該方法可能的缺點。

【參考解答】

(1)&(2)

費用種類	選擇費用率	固定費用% (% Assumed Fixed)	固定費用率	變動費用率
	(1)	(2)	(3)=(1)*(2)	(4)=(1)-(3)
一般費用	10.00%	70.00%	7.00%	
其他招攬費用	3.50%	60.00%	2.10%	
營業稅金	5.00%	50.00%	2.50%	
佣金、代理費	16.00%	0.00%	0.00%	
合計	34.50%		11.60%	22.90%

$$(5) = 750 / (1 - 0.05 - 0.345) =$$

$$1,239.67 \text{ All Variable Expense Method}$$

$$(6) = (750 + 1100 * 0.116) / (1 - 0.05 - 0.229) =$$

$$1,217.20 \text{ Premium-Based Projection Method}$$

Premium-based Projection 缺點：

- 如果經驗期間費率變更可能與歷史固定費用率產生失真情況
- 假如費用計算為全國性的，然後分攤到各區域，全國性和區域性間可能產生失真
- 需要找出較準確的方法去分出固定費用和變動費用
- 因為固定成本是保費的百分比，高保費的被保險人要付較高的固定費用。

(3)Exposure/Policy-based Projection Method：這個方法之變動費用如同 Premium-based Projection Method，但是固定費用率是由歷史經驗固定費用除以歷史經驗曝露數或保單件數，而不是保費。

Exposure/Policy-based Projection Method 缺點：

- 經濟規模可能影響預測平均固定費用
- 需要找出較準確的方法去分出固定費用和變動費用
- 一些固定費用隨風險性質不同而改變，如新保單和續保保單應有不同的固定費用。如分攤至各險別而用同一費用率則產生失真
- 假如曝露數有明顯趨勢現象可能產生失真

2. (4 分)

已知下列資訊：

保費交易明細					
保單	原始生效日 (Original Effective Date)	原始到期日 (Original Expiration Date)	交易生效日 (Transaction Effective Date)	保險費(元) (Full-Term Premium)	備註 (Notes)
A	2016年10月1日	2017年9月30日	2016年10月1日	1,200	新保單
A	2016年10月1日	2017年9月30日	2017年4月1日	500	批單加費
B	2017年4月1日	2018年3月31日	2017年4月1日	1,100	新保單
B	2017年4月1日	2018年3月31日	2017年7月1日	400	批單加費
C	2017年10月1日	2018年9月30日	2017年10月1日	1,000	新保單
C	2017年10月1日	2018年9月30日	2018年4月1日	N/A	批退

賠款交易明細			
保單	意外日期	給付日	賠款給付金額(元)
A	2016年12月1日	2016年12月15日	700
B	2017年7月1日	2017年7月15日	400
B	2017年10月1日	2018年1月15日	600
C	2018年1月1日	2018年1月15日	750

- 每一賠案於賠款給付日均已結案。

(1) (1 分)

於 2017 年 12 月 31 日為評估日，請計算 2017 年保單年度滿期保費。

(2) (1 分)

於 2017 年 12 月 31 日為評估日，請計算 2017 年曆年度滿期保費。

(3) (1 分)

於 2017 年 12 月 31 日為評估日，請計算 2017 年意外年度損失率。

(4) (1 分)

於 2018 年 12 月 31 日為評估日，請計算 2017 年保單年度損失率。

【參考解答】

(1) 2017 PY滿期保費 at 2017=	=1100*9/12+400*6/12+1000*3/12=	1,275
(2) 2017 CY滿期保費 at 2017=	=1200*9/12+500*6/12+1100*9/12+400*6/12+1000*3/12=	2,425
(3-1) 2017 AY賠款 at 2017=	=400+600=	1,000
(3-2) 2017 AY損失率 at 2017=	=(3-1)/(2)=	41.24%
(4-1) 2017 PY滿期保費 at 2018=	=1100+400*9/12+1000-1000*6/12=	1,900
(4-2) 2017 PY賠款 at 2018=	=400+600+750=	1,750
(4-3) 2017 PY損失率 at 2018=	=(4-2)/(4-1)=	92.11%

3. (7 分)

已知下列資產負債表日為 2018 年 12 月 31 日之相關資訊：

意外年度	累積已報賠款及可分配理賠費用(月數)		
	12	24	36
2016	2,150,000	2,395,000	2,495,000
2017	1,525,000	1,585,000	
2018	1,950,000		

意外年度	累積已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)		
	12	24	36
2016	500,000	650,000	725,000
2017	650,000	780,000	
2018	600,000		

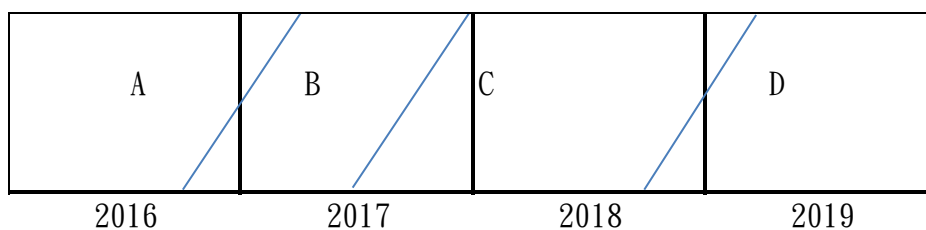
費率調整歷史	
生效日	調整幅度
2016年10月1日	-2.00%
2017年7月1日	3.00%
2018年10月1日	2.00%

曆年度	滿期保費	滿期曝露數
2016	2,200,000	850
2017	2,400,000	980
2018	2,150,000	900

- 全部保單均為半年期。
- 新費率假設為一年有效。
- 36 個月後損失發展尾端因子(tail factor)為 1.05。
- 假設簽單曝露數均勻分佈於每一曆年度。
- 保費趨勢值=2%。
- 年損失幅度趨勢值=5%。
- 年損失頻率趨勢值=-3%。
- 固定費用率=12%。
- 變動費用率=20%。
- 利潤率=5%。
- 不可分配理賠費用率=賠款及可分配理賠費用的 5%。
- 預期巨災風險加成(含可分配理賠費用)=230/每一曝露數。
- 假設上述資料為完全可信度。
- 新費率於 2019 年 10 月 1 日生效。

請計算費率可調整幅度(indicated rate change)。

【參考解答】



意外年度	A	B	C	D	平均費率	On-level factor
2016	0.9375	0.0625	0.0000	0.0000	0.99875	1.0309
2017	0.0625	0.6875	0.2500	0.0000	0.98860	1.0415
2018	0.0000	0.0000	0.9375	0.0625	1.01066	1.0187
費率調整幅度	1.000	0.980	1.009	1.030		

意外年度	滿期保費	On-level factor	趨勢因子	趨勢化滿期保費
2016	2,200,000	1.0309	1.082400	2,454,862
2017	2,400,000	1.0415	1.061200	2,652,576
2018	2,150,000	1.0187	1.040400	2,278,689
合計				7,386,126

累積 已報賠款及可分配理賠費用-不含巨災(月數)

意外年度	12	24	36
2016	500,000	650,000	725,000
2017	650,000	780,000	
2018	600,000		

意外年度	12-24	24-36	36-ult
2016	1.3000	1.1154	
2017	1.2000		
算數平均	1.2500	1.1154	1.0500
CDF	1.4640	1.1712	1.0500

意外年度	已報賠款	CDF	損失趨勢值	趨勢化最終賠款	預期損失率
2016	725,000	1.0500	1.0761	819,181	33.37%
2017	780,000	1.1712	1.0565	965,151	36.39%
2018	600,000	1.4640	1.0373	911,164	39.99%
				2,695,496	36.49%

巨災加成比率= 8.50%
 $= 230 / (7386126 / (850 + 980 + 900))$
 可調整費率幅度= -21.01%
 $= ((36.49\% + 8.5\%) * 1.05 + 12\%) / (1 - 20\% - 5\%) - 1$
 或

損失率= (含巨災) 45.00%
 $= 36.49\% + 230 * (850 + 980 + 900) / 7386126$
 可調整費率幅度= -21.01%
 $= (45\% * 1.05 + 12\%) / (1 - 20\% - 5\%)$

4. (5 分)

已知下列資訊：

地區	滿期曝露數	滿期保費 (仟元)	最終賠款 -不含巨災賠款 (仟元)	現行係數
A	400	125,000	105,000	1.00
B	750	285,000	350,000	1.15
C	150	62,500	75,000	1.35

- 費率計算公式：基本費率×地區別係數×保險金額係數
- 地區 A 為基礎地區。
- 完全可信度標準曝露數(Full credibility standard for exposures)=650 。
- 可信度之計算採用古典可信度方法(Classical Credibility Approach)。
- 可分配理賠費用率(Ratio of ALAE to Loss)=3% 。

(1) (3 分)

使用純保費法計算可信度加權係數(credibility-weighted indicated relativity)。

(2) (1 分)

地區 A 相對於地區 B 或 C，有較高比率為低價房子，請描述由於房屋價值分佈所產生可能的費率偏差情形。

(3) (1 分)

假如您已知地區 B 含有一筆 9,500 萬元的賠款，請問您於上述(1)的計算會不會有影響，請說明您的評估方式。

【參考解答】

(1)

地區	滿期曝露數	滿期保費 (仟元)	最終賠款 -不含巨災賠款 (仟元)	現行係數
A	400	125,000	105,000	1.00
B	750	285,000	350,000	1.15
C	150	62,500	75,000	1.35

地區	滿期曝露數	最終損失 -不含巨災損失 (仟元)	ALAE	純保費 (仟元)
A	400	105,000	1.03	270.38
B	750	350,000	1.03	480.67
C	150	75,000	1.03	515.00
合計	1,300	530,000	1.03	419.92

地區	係數	可信度	現行係數	補數
A	0.6439	0.7845	1.00	0.8874
B	1.1447	1.0000	1.15	1.0205
C	1.2264	0.4804	1.35	1.1980
合計	1.0000		1.1269	

地區	新係數	新係數
A	0.6964	1.0000
B	1.1447	1.6438
C	1.2116	1.7400

- (2) 地區 A 可能有高比率是屬於低損失幅度的房子，因純保費法假設其他變數均勻分佈，沒有考量其相關性，所以地區 A 之費率可能低估。
- (3) 該賠款可判定為巨災或重大賠案，所以上述(1)的評估需要調整，首先將該賠款移除後，以非巨災或非重大賠案的方式評估，再將該巨災事件或重大賠案適當的分攤到適當的期間後，再加回該損失經驗中。

5.(3分)

請簡述分類費率方法中，多變量(multivariate)方法對於單變量(univariate)方法之三項優點。

【參考解答】

- (1) 多變量方法有考慮費率因子間之相互作用(interaction)，單變量方法則無。
- (2) 多變量方法同時考慮所有費率因子，並且嘗試處理暴露數間的相互關係(correlation)。
- (3) 多變量方法提供模型檢測，讓我們了解所配適模型適當與否。

6.(4 分)

(1)(2 分)

保險商品之設計包含自負額的部分，請簡述兩個保險商品納入自負額設計的理由。

(2)(2 分)

給定以下資訊：

損失金額區間	損失件數	損失金額合計
0-249	50	6,250
250-499	75	30,000
500-999	100	80,000
1000-4999	350	750,000
5000-	200	2,500,000
合計	775	3,366,250

- 簽單保費合計為 5,500,000
- LAE ratio = 10% of total losses

費用類別	% of premium
Production cost	15.0
Taxes	2.0
Profit allowance	5.0
Other company expenses	8.0
Total loss adjustment expense	6.0
Sum	36.0

上述損失金額資料為無自負額基礎，請問當自負額訂為 1,000 時，其保費優惠率(credit)應訂為何？假設 LAE ratio 仍為 10%。(如有任何其他假設，請說明)

【參考解答】

(1)以下四擇二

- a.獲得保費減免：客戶可藉由選擇自負額後，於事故發生時負擔一部分的損失，而獲得保費的減免。
- b.消弭小額損失賠案：無自負額時，客戶只要發生事故，很可能都會通報保險公司，無論是否在承保範圍內，故對於保險公司而言，勢必會有理賠費用的無謂浪費（最後無需理賠或甚至是理賠費用金額大於賠償金額），透過自負額之設計，可消弭一些小額損失賠案，進而有效控制理賠費用的產生。

- c.提供損害防阻動機：在自負額條件下，被保險人需負擔損失的一部分，因此其具有動機去避免損失之發生。
- d.控制巨災暴露：當保險公司承作大量的保單，在巨災(catastrophe)發生時，可能會遭受到累積的巨額損失，藉由大額自負額之設計，保險公司可有效降低整體之危險暴露，降低失去清償能力之風險。

(2)

假設非屬 LAE 之費用率不因自負額而有減少

$$\text{Losses Retained} = 750,000 + 2,500,000 - 1,000 \times (350 + 200) = 2,700,000$$

$$\text{Company expenses excluding LAE} = 0.3 \times 5,500,000 = 1,650,000$$

$$\text{Credit} = 1 - [(2,700,000 \times 1.1) + 1,650,000] / 5,500,000 = 0.16$$

7.(5 分)

給定以下資訊：

賠案 No.	1	2	3	4	5	6
損失金額	50,000	500,000	600,000	200,000	10,000	90,000

保險金額	10,000	100,000	250,000	500,000
高保額係數	1	1.5	2	2.5

(1) (2 分)

使用高保額係數法(ILFs method)，以保險金額為 250,000 時之損失金額，計算保險金額 250,000 至 500,000 間之損失金額補數(complement)。

(2) (2 分)

使用高保額係數法(ILFs method)，以保險金額為 100,000 時之損失金額，計算保險金額 250,000 至 500,000 間之損失金額補數(complement)。

(3) (1 分)

針對上述(1)與(2)之計算結果，通常精算人員建議選用何者？請說明。

【參考解答】

$$(1) L = 50,000 + 250,000 + 250,000 + 200,000 + 10,000 + 90,000 = 850,000$$

$$C = 850,000 \times (2.5/2 - 2/2) = 212,500$$

$$(2) L = 50,000 + 100,000 + 100,000 + 100,000 + 10,000 + 90,000 = 450,000$$

$$C = 450,000 \times (2.5/1.5 - 2/1.5) = 150,000$$

(3) 選用(2)，因較低保險金額所計算出結果較為穩定。

8. (4 分)

某保險公司預計調整某車險商品費率表中兩項費率因子之差比，以維費率之適足，資訊如下：

車種	差比		暴露數
	Current	Proposed	
機車	1.00	1.00	300
小型汽車	1.15	1.15	500
大型汽車	1.20	1.40	100

無肇事年度	減費幅度		暴露數
	Current	Proposed	
0 年	0%	0%	50
1 年	10%	5%	150
2 年	15%	10%	700

- The additive expense factor(於適用費率差比及減費幅度後)為\$20
- 基本保費為\$100

(1)(3 分)

請計算平均保費之變動幅度？

(2)(1 分)

請說明(1)計算方式的一項缺點。

【參考解答】

(1) 暴露數合計 = 300+500+100 = 900

車種之平均差比：

$$\text{Current} : (300 \times 1 + 500 \times 1.15 + 100 \times 1.2) / 900 \approx 1.1056$$

$$\text{Proposed} : (300 \times 1 + 500 \times 1.15 + 100 \times 1.4) / 900 \approx 1.1278$$

無肇事年度之平均減費幅度：

$$\text{Current} : (50 \times 1 + 150 \times 0.9 + 700 \times 0.85) / 900 \approx 0.8667$$

$$\text{Proposed} : (50 \times 1 + 150 \times 0.95 + 700 \times 0.9) / 900 \approx 0.9139$$

$$\Rightarrow \text{Current average premium} = 1.1056 \times 0.8667 \times 100 + 20 \approx 115.82$$

$$\text{Proposed average premium} = 1.1278 \times 0.9139 \times 100 + 20 \approx 123.07$$

$$\Rightarrow \text{變動幅度} = 123.07 / 115.82 - 1 \approx 6.26\%$$

(2) 以下二擇一

- 未考慮因費率因子變動所致承保業務分布的改變（例如：誘發逆選擇）。
- 未考慮費率因子間的關聯性。

9. (3 分)

XYZ 保險公司正考慮以「年度油費」作為其一年期商用車體損失保險之暴露數基礎(exposure base)，試以 Werner & Modlin 在「Basic Ratemaking」一書中所提，針對三個選擇暴露數的基礎評估之。

【參考解答】

Practical :

「年度油費」雖滿足客觀性(objective)，但不易驗證其真實性(difficult to verify)。

Proportional to expected loss :

雖然高油費意味著有著較高的行駛里程， 但若油價上漲也許會造成駕駛人有著較低的意願自行開車，而改搭公共交通工具反而讓預期損失降低，故油費高低並未與預期損失具有明確的關係。

Historical precedence :

改變原先以 car-years 之暴露數基礎，IT 系統的改變將造成保險公司不低的花費，保費的波動也將依保險公司之規模造成一定程度的影響。

10. (7 分)

給定 2017/12/31 資訊如下：

Calendar Year	滿期保費 (\$000)
2015	23,667
2016	24,653
2017	27,118

Accident Year	Ultimate Loss & ALAE (\$000)
2015	12,056
2016	12,674
2017	16,843

- 保單皆為一年期且假設簽發皆為均勻分布
- 年保費趨勢= 4%
- 年 Loss & ALAE 趨勢= 5%
- 近 5 年唯一一次費率變更為 6%，發生於 2016/7/1
- 固定費用率= 15%
- 變動費用率= 28%
- 利潤率= 3%
- ULAE 為損失(含 ALAE)之 7%
- 費率有效一年
- 假設資料可信度為 100%

請計算預計費率生效日為 2018/7/1 之費率調整幅度。

【參考解答】

趨勢化 on-level premium

CY	滿期保費	on-level factor	trend factor	trended on-level ep
	(1)	(2)	(3)	(4)=(1)*(2)*(3)
2015	23,667	1.060	1.170	29,348
2016	24,653	1.052	1.125	29,176
2017	27,118	1.007	1.082	29,540

合計：88,064

- (2) CY2015: 1.060
 CY2016: =1.06/(7/8+1.06*1/8)= 1.052
 CY2017: =1.06/(1/8+1.06*7/8)= 1.007

(3)	起	迄	期間年數	trend factor
	2015/7/1	2019/7/1	4	1.04 ⁴ = 1.170
	2016/7/1	2019/7/1	3	1.04 ³ = 1.125
	2017/7/1	2019/7/1	2	1.04 ² = 1.082

趨勢化最終損失

AY	Ultimate Loss & ALAE	trend factor	trended Ultimate Loss & ALAE	ulae factor	ult. Trended loss
	(1)	(2)	(3)=(1)*(2)	(4)	(5)=(3)*(4)
2015	12,056	1.216	14,654	1.070	15,680
2016	12,674	1.158	14,672	1.070	15,699
2017	16,843	1.103	18,569	1.070	19,869

合計：51,248

(2)	起	迄	期間年數	trend factor
	2015/7/1	2019/7/1	4	1.05 ⁴ = 1.216
	2016/7/1	2019/7/1	3	1.05 ³ = 1.158
	2017/7/1	2019/7/1	2	1.05 ² = 1.103

費率調整幅度=(51,248/88,064+15%)/(1-28%-3%)-1= 6.08%

11. (3 分)

給定索賠制保單以下資訊，請計算此索賠制保單之第 3 年總保費(Third-year claims-made Premium)。

- 成熟(mature)索賠制純保費為 28,000
- 佣金率 15%
- 利潤率 2%
- 稅 3%
- 變動費用 5%
- 固定費用 2,000
- ULAE 為損失的 8%
- 年度延遲因子(Annual Lag Factor)

<u>Lag</u>	<u>Factor</u>
0	0.26
1	0.22
2	0.20
3	0.16
4	0.10
<u>5+</u>	<u>0.06</u>

【參考解答】

索賠制之第 3 年純保費 = 19,040

故索賠制之第 3 年總保費 = $[19,040 * (1 + 8\%) + 2,000] / (1 - 15\% - 2\% - 3\% - 5\%) = 30,084$

12. (3 分)

某一公司賠款報案如下：

賠案	保單 生效日	事故 發生日	賠案 報案日	2015		2016		2017	
				已付賠款	已報未付 賠款	已付賠款	已報未付 賠款	已付賠款	已報未付 賠款
1	2015/2/1	2015/10/30	2015/11/12	350	400	350	0		
2	2015/4/1	2015/12/31	2016/1/3			250	300	280	0
3	2015/6/1	2016/2/1	2016/2/5			0	800	0	1100
4	2016/2/1	2016/10/31	2016/11/12			250	200	220	0
5	2016/10/1	2017/5/1	2017/5/3					180	200
6	2016/12/1	2017/6/7	2017/6/9					200	150
7	2017/2/1	2017/10/7	2017/10/9					400	300
8	2017/4/1	2017/12/1	2017/12/3					0	300

(1) (1 分)

請編製保單年度制(Policy Year)累積已付賠款損失三角形。

(2) (1 分)

請編製事故年度制(Accident Year)累積已報賠款損失三角形。

(3) (1 分)

請計算 2017 年曆年制(Calendar Year)之已報賠款。

【參考解答】

(1) 每年增加已付賠款損失三角形

保單年	每年增加已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2015	350	600	280
2016	250	600	
2017	400		

(2) 每年增加已付賠款損失三角形

事故年	每年增加已付賠款損失三角形		
	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2015	350	600	280
2016	250	220	
2017	780		

累積已付賠款損失三角形

	累積已付賠款損失三角形		
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2015	350	950	1,230
2016	250	470	
2017	780		

未付賠款估計數

	未付賠款估計數		
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2015	400	300	0
2016	1,000	1,100	
2017	950		

累積已報賠款損失三角形

	累積已發生賠款損失三角形		
事故年	12 mos.	24 mos.	36 mos.
2015	750	1,250	1,230
2016	1,250	1,570	
2017	1,730		

(3) 2017 曆年制(Calendar Year) 已報賠款
 $= (1730 + 1570 + 1230) - (1250 + 1250) = 2030$

13. (4 分)

某一公司賠款報案如下:(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)

事故年	已報賠款			
	12	24	36	48
2014	800	850	900	920
2015	850	900	970	
2016	870	1,000		
2017	930			

已發生賠款 48 個月後之長尾發展因子 1.0

損失趨勢每年 3%

曆年度	On-level 滿期保費
2014	1,350
2015	1,375
2016	1,400
2017	1,500

(1) (1 分)

以簡單平均法計算各年度累積發展因子。

(2)(1 分)

承第(1)題，以損失發展法(Development Technique)計算事故年 2017 年最終賠款及 IBNR。

(3)(1 分)

以精算人員判斷計算 2017 年採用之預期損失率。

(4) (1 分)

承第(3)題，以預期賠款法(Expected Claims Technique)計算事故年 2017 年最終賠款及 IBNR。

【參考解答】

(1) LDF 及 CDF

事故年	已報賠款LDF		
	12-24	24-36	36-48
2014	1.063	1.059	1.022
2015	1.059	1.078	
2016	1.149		
LDF	1.090	1.069	1.022
CDF	1.191	1.093	1.022

(2) 最終賠款=930*1.191=1107.63

IBNR=1107.63-930=117.63

(3) 計算損失率

曆年制	On-level滿期保費	已發生賠款	CDF	趨勢時間	趨勢	最終賠款	損失率
2014	1,350	920	1.000	3	1.0927	1,005.31	74.47%
2015	1,375	970	1.022	2	1.0609	1,051.71	76.49%
2016	1,400	1,000	1.093	1	1.0300	1,125.79	80.41%

損失率=(74.47%+76.49%+80.41%)/3=77.12%

(4) 最終賠款=1500*77.12%=1156.8

IBNR=1156.8-930=226.8

14. (5 分)

某公司於 2013 年 1 月 1 日開始經營車險業務，每年業務平均分散於各月份，資訊如下： 單位：千元/%

事故年度	簽單保費	已發生賠款	預期尚未賠付比例
Accident Year	Written Premium	Reported Loss	Expected percentage unreported
2013	80,000	26,000	0%
2014	120,000	62,000	0%
2015	120,000	60,000	0.6X%
2016	160,000	51,000	X%
2017	160,000	40,000	40%

- 預期損失率為 65%。
- 費率於 2014/1/1 調升 10%，之後費率並無調整。
- 對所有年度以 Benktander Technique 估計之最終賠款為 288,420(千元)

請計算 X 為事故年 2016 年的預期尚未賠付比例。

【參考解答】

事故年度	現行費率水準 簽單保費	現行費率水準 滿期保費	預期損失	已發生賠款
Accident Year	On-Level Written Premium	Earned Premium	Expected Loss	Reported Loss
	(1)	(2)	(3)	(4)
2013	88,000	44,000	28,600	26,000
2014	120,000	104,000	67,600	62,000
2015	120,000	120,000	78,000	60,000
2016	160,000	140,000	91,000	51,000
2017	160,000	160,000	104,000	40,000

事故年度	已發生賠款	預期尚未賠付比例	BF 最終賠款
Accident Year	Reported Loss	Expected percentage unreported	BF Ultimate Loss
	(5)	(6)	(7)=(3)×(6)+(5)
2013	26,000	0%	26,000
2014	62,000	0%	62,000
2015	60,000	60%X	$B=78,000*0.6X+60,000$
2016	51,000	X%	$A=91,000*X+51,000$
2017	40,000	40%	81,600

事故年度	已發生賠款	預期尚未賠付比例	BK 最終賠款
Accident Year	Reported Loss	Expected percentage unreported	BK Ultimate Loss
	(5)	(6)	(8)=(7)×(6)+(5)
2013	26,000	0%	26,000
2014	62,000	0%	62,000
2015	60,000	60%X	$B*60%X+60,000$
2016	51,000	X	$A*X+51,000$
2017	40,000	40%	72,640

$$26,000+62,000+[(78,000*0.6X+60,000)*0.6X+60,000]+[(91,000X+51,000)X+51,000]+72,640 = 288,420$$

$$119,080X^2+111,000X-16,780=0 \Rightarrow X=0.1585 \text{ or } -0.8891(\text{負不合})。$$

15. (6 分)

增額已付賠款不含殘餘值資料如下

(單位:千元)

Incremental Paid Claims Net of Salvage and Subrogation:

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2016	3,800	1,500	500
2017	4,200	1,700	
2018	5,100		

增額殘餘值資料如下:

(單位:千元)

Incremental Received Salvage and Subrogation:

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2016	800	900	450
2017	900	1,600	
2018	1,250		

(1) (2 分)

假設 36 個月後，賠款與殘餘值都不再增加，請採用增額殘餘值資料已發展法預估意外年度 2018 最終殘餘值。

(2) (2 分)

假設 36 個月後，賠款與殘餘值都不再增加，請採用比例法預估意外年度 2018 最終殘餘值。

(3) (2 分)

請敘述比例法之優缺點。

【參考解答】

(1)

累積已收到殘餘物價值 Cumulative Received Salvage and Subrogation(\$000)

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2016	800	1,700	2,150
2017	900	2,500	
2018	1250		
	Age-to-age		
2016	2.125	1.265	
2017	2.778		
Average	2.451	1.265	

	12-Ultimate	24-Ultimate	36-Ult.
CDF	3.101	1.265	1

$$2018 \text{ Ultimate SS} = 1250 * 3.101 = 3,876$$

(2)

累積已付賠款(含殘餘值)

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2016	4,600	7,000	7,950
2017	5,100	8,400	
2018	6,350		

Age-to-age

2016	1.522	1.136	
2017	1.529		
Average	1.526	1.136	

	12-Ultimate	24-Ultimate	36-Ult.
CDF	1.733	1.136	1.000

$$2018 \text{ Ultimate Paid} = 6350 * 1.733 = 11,005$$

Cumulative Received Salvage and Subrogation(\$000)

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2014	800	1,700	2,150
2015	900	2,500	
2016	1250		

Paid SS to Paid ratio

Year	0-12Month	12-24Month	24-36Month
2016	0.174	0.243	0.270
2017	0.176	0.298	
2018	0.197		

Age-to-age

2016	1.397	1.113	
2017	1.693		
Average	1.545	1.113	

	12-Ultimate	24-Ultimate	36-Ult.
CDF	1.72	1.113	1

$$2018 \text{ Ultimate SS} = 11430 * 1.72 * 0.197 = 3,873$$

(3) 比例法較直接採發展法之比較

優點：

- 它容易使精算人員了解在賠款以及殘餘物價值之間的關係。
- 發展因子(CDF)使用比例法發展較不會如直接採發展法所產生的槓桿比例過大之現象。
- 容易將精算人員判斷納入考量，特別是在最後一個發展年度。

缺點：

- 在估計事故年度之最終賠款若產生偏差會使所估計之最終殘餘物也產生偏差。

16. (4 分)

給定以下資訊：

已付賠款不含理賠費用(\$000)

事故年度	12	24	36	48
2015	64,035	80,132	94,078	100,991
2016	73,112	92,859	106,818	
2017	85,843	104,636		
2018	97,743			

已付可分配理賠費用(\$000)

事故年度	12	24	36	48
2015	3,433	5,017	6,417	7,292
2016	4,190	6,111	7,680	
2017	4,894	6,876		
2018	5,610			

2018 年預估最終已付賠款(不含費用)為 152,040 千元。

假設 48 個月後，賠款及理賠費用不再變動。

(1)(3 分)

使用 paid ALAE-to-paid claims only additive method 估計 2018 年最終已付理賠費用(ultimate ALAE)。

(2)(1 分)

請說明上述方法之優點

【參考解答】

(1) 事故年 2016 年之 IBNR = $1200000 \times 70\% \times (1 - 1/1.35) = 217778(B-F)$

The Ratio of Paid ALAE to Paid claim

事故年度	12	24	36	48
2015	0.0536	0.0626	0.0682	0.0722
2016	0.0573	0.0658	0.0719	
2017	0.0570	0.0657		
2018	0.0574			

	12-24	24-36	36-48	
2015	0.0090	0.0056	0.0040	
2016	0.0085	0.0061		
2017	0.0087			
Average	0.0087	0.0058	0.0040	
CDF	0.0186	0.0098	0.0040	0

2018 Ultimate ALAE= 152,040 * (0.0574+0.0186) = 11,550 千元

(2) 此方法可避免在發展未成熟時，過高的發展因子所造成之波動。

17. (5 分)

在 12/31/2018 給定以下資訊：

(單位：元)

事故年	滿期保費	已發生賠款	選定最終賠款發展因子 (CDF to Ultimate)
2016	1,092,500	612,000	1.070
2017	1,121,250	624,000	1.120
2018	1,150,000	540,000	1.400

(1) (1 分)

使用 Bornhuetter-Ferguson 方法預估 2018 事故年度 IBNR，預期損失率為 60%。

(2) (2 分)

使用 Cape Cod 方法預估 2018 事故年度 IBNR。

(3) (2 分)

請比較(1)、(2)兩種方法最主要的差異及優劣。

【參考解答】

(1)

$2018 \text{ B-F IBNR} = 1,150,000 * 60% * (1 - 1/1.4) = 197,143 \text{ (元)}$

(2)

事故年	滿期保費	已發生賠款	選定最終賠款發展因子(CDF to Ultimate)	Used Up premium	LR
2016	1,092,500	612,000	1.070	1,021,028	59.94%
2017	1,121,250	624,000	1.120	1,001,116	62.33%
2018	1,150,000	540,000	1.400	821,429	65.74%
Total	3,363,750	1,776,000		2,843,573	62.46%

註：Used up premium = 滿期保費/選定最終賠款發展因子。

註：LR = 已發生賠款/Used Up Premium

$2018 \text{ Cape Cod IBNR} = 1,150,000 * 62.46% * (1 - 1/1.4) = 205,226 \text{ (元)}$

(3)最主要差異為期望損失率之選定。BF 使用預期的估計損失率，CC 使用至評估日實際的理賠資料；CC 之優點為當外部環境損失率變化，相較於 BF 方法會部分反應於 IBNR，2017 年及 2018 年損失率上升，以 60%之預期損失率可能低估實際損失率，CC 之 IBNR 則會部分反應，故 IBNR 較 BF 估計為高。然缺點為若在發展初期，賠款資料較少或波動大時，使用該方法較不穩定相對於 BF 方法。

18. (6 分)

你擁有以下資訊:

事故年	累計結案件數				最終件數
	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	
2015	500	800	900	1,000	1,000
2016	450	720	810		900
2017	500	1,000			1,250
2018	350				1,400

事故年	累計已付賠款(\$000)				
	月份數				
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>	
2015	4,000	5,600	8,680	10,850	
2016	4,200	6,720	9,744		
2017	4,000	7,500			
2018	3,200				

假設賠案在 48 個月之後無後續發展

(1)(5 分)

請利用 Berquist-Sherman 所提出之處理結案率變化的方法，預估 2018 事故年度的最終賠款，請用線性內插法來計算調整後已付賠款(亦即假設已付賠款增量(incremental paid claims)與結案件數增量(incremental number of closed claims)之間是線性相關)

(2)(1 分)

在使用上述方法調整結案率變化時，我們通常採用最近一個曆年度之結案率經驗，請說明這樣處理的優點?

【參考解答】

(1):

事故年	累計結案率(Cumulative Disposal Ratios)			
	月份數			
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2015	0.50	0.80	0.90	1.00
2016	0.50	0.80	0.90	
2017	0.40	0.80		
2018	0.25			

上表數據顯示，結案率在 12 個月的時候有逐年下降，其餘期間沒有受影響，因此 我們僅需調整已付賠款三角形在第 12 個月的賠案金額。

利用線性內插法重新計算已付賠款金額，假設結案速度與最近一條對角線相同

事故年	調整後累計已付賠款(\$000)			
	月份數			
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2015	2,000	5,600	8,680	10,850
2016	2,100	6,720	9,744	
2017	2,500	7,500		
2018	3,200			

2015@12

$$\underline{\text{個月}} = 2,000,000 = (4,000,000 - 0) / (0.50 - 0) \times 0.25$$

2016@12

$$\underline{\text{個月}} = 2,100,000 = (4,200,000 - 0) / (0.50 - 0) \times 0.25$$

2017@12

$$\underline{\text{個月}} = 2,500,000 = (4,000,000 - 0) / (0.40 - 0) \times 0.25$$

LDf	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-Ult</u>
2015	2.800	1.550	1.250	1.000
2016	3.200	1.450		
2017	3.000			
平均	3.000	1.500	1.250	1.000
選定	3.000	1.500	1.250	1.000
CDF	5.625	1.875	1.250	1.000

2018 事故年最終賠款=3,200,000 x 5.6250 = 18,000,000

(2) 優點有兩個:

1. 這樣可以使每個事故年度最近的累計已付賠款數據不受影響
2. 不需要為以後(未來)年度的數據進行外推調整(教材裡沒有列本項)

19. (6 分)

你擁有以下資訊：

事故年	累計已報件數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2016	1,000	1,500	2,000
2017	1,150	1,730	
2018	1,600		

事故年	累計結案件數		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2016	600	1,000	1,750
2017	700	1,600	
2018	1,500		

*假設賠案在 36 個月之後無後續發展

(1)(3 分)

依據結案率(disposal rate),請評估使用 Berquist-Sherman 已付賠案發展調整法 (paid claims development adjustment) 的適當性

(2)(3 分)

鑑於以下附加信息，請討論使用 Berquist-Sherman 已付賠案發展調整法時，可能出現的失真狀況

事故年	(未調整)已結案之已付賠案損失幅度		
	<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>
2016	\$48,000	\$69,334	\$71,314
2017	\$52,174	\$56,284	
2018	\$32,222		

*假設並無分次(部分)賠付案件

【參考解答】

(1)

事故年	已報 LDFs	
	12-24	24-36
2016	1.50	1.33
2017	1.50	
選定	1.50	1.33

2016 最終賠案件數 = 2,000

2017 最終賠案件數 = 2,301 (= 1,730 x 1.33)

2018 最終賠案件數 = 3,192 (= 1,600 x 1.50 x 1.33)

結案率=結案件數/最終件數

事故年	結案率(Disposal Rate)		
2016	0.30	0.50	0.88
2017	0.30	0.70	
2018	0.47		

由於結案率在最近一條對角線顯著發生變化，因此評估使用 B-S 已付賠案發展調整法應屬適當

(2)

2018 年度(已結案件)平均損失幅度下降，而 2018 年的結案率/結案件數上升，違反了已付 B-S 的假設，亦即越高的結案比對應越高的已付賠款占比。因此 B-S 已付賠案發展調整法在這裡並不適用且可能會造成失真。前述結案比增加而損失幅度下降可能代表公司轉而先處理小額賠案而非大額賠案。

(本題重點須回答 1.造成損失幅度下降及結案率上升的原因可能是理賠程序改變
2.須說明為何違反 B-S 已付調整法的假設)

20. (6 分)

對於下面的每種情況，保險公司使用已報損失發展法(reported development)，根據其過去的事故年度資料來計算準備金。

對於以下每種情況：

- i. 討論對於估計最終損失的影響
- ii 確定替代方法或對已報損失發展法進行調整以改進估計

(1)(2 分)

該公司過往的簽單業務穩定，但在今年第二季進行廣告宣傳，並造成當期截至年底的保費增加 200%。

(2)(2 分)

公司在年中時候施行了一個新的政策，對於所有的未決案件，以保單限額做為個案賠款準備金的估計數。

(3)(2 分)

公司在年初的時候，公司開始提供了一個新的一般責任保險商品，保障超過基本保額的損失。

【參考解答】

(1) i.對於估計最終損失的影響:

由於該公司在這一年中發展迅速，平均事故發生日期將比過往年度的平均事故發生日還晚。因此，採用過往的 LDF 應用在發展不足的最近一個事故年度將導致低估最終賠款。

ii.改進方式(二選一)

- 1.採用預期損失率法，該法不會受到平均損失發生日改變的影響，因此更為準確。
- 2.改採用季度做損失三角形

(2) i.對於估計最終損失的影響:

由於個案賠款準備金高估，因此造成已報賠款較過往為高，若採用已報損失發展法，將導致高估最終賠款(較高的已報賠款乘上過往的 LDF 導致高估)

ii.改進方式(三選一)

- 1.採用預期損失率法，該方法預估最終損失將不會受到個案賠款準備金變化的影響，因此更為準確。
- 2.改採已付損失發展法來推估最終賠款，因為已付損失發展法不會受到未決高低估的影響，因此更為準確。
- 3.可改用已報 B-S 法調整過往的個案賠款準備金到現行適足性的水位，再利用調整後的已報損失三角形估計最終賠款，將會更為準確。

(3) i.對於估計最終損失的影響:(2 選一)

- 1.該新商品屬於長尾業務發展較慢，因此採用過往 LDF 將導致低估最終賠款
- 2.損失發展法較適合高損失頻率/低損失幅度的險種，此新商品承保超過基本保額的損失，因此損失波動性較高，故若採已報損失發展法估計最終賠款將導致波動性增加(較不準確)。

ii.改進方式(以下任選)

- 1.採用業界資料
- 2.調整發展模式以反應較慢的發展(或採用新的尾端因子)
- 3.新商品採用預期損失率法估計最終賠款，將不會受到新的損失發展模式的影響

21. (5 分)

事故年	滿期保費	累計已付賠款			
		月份數			
		<u>12</u>	<u>24</u>	<u>36</u>	<u>48</u>
2015	39,000	6,932	14,175	20,565	23,585
2016	40,000	6,680	13,590	19,482	
2017	41,600	7,659	15,150		
2018	42,000	7,863			

選定 LDF			
<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-60</u>
2.000	1.450	1.150	1.050

- 假設賠案發展到 60 個月以後就結束
- 預期損失率為 65%
- 2019 年的預期滿期保費為 43,200

(1)(3 分)

請應用 Bornhutter-Ferguson 法計算出 2018 年年底之所有未付賠款。

(2)(2 分)

利用 Bornhutter-Ferguson 法計算出 2019 曆年度內預期支付的賠款。

【參考解答】

(1)

	<u>12-24</u>	<u>24-36</u>	<u>36-48</u>	<u>48-60</u>
LDF	2.000	1.450	1.150	1.050
CDF	3.502	1.751	1.208	1.050
已付佔比	28.56%	57.11%	82.78%	95.24%
未付比例	71.44%	42.89%	17.22%	4.76%

所有未付@2018 年: =SUM(ELR)* Earned Premium)(1-1/Paid CDF)

=65.00% x 39,000 x [1-(1/1.050)] =	1,207
+65.00% x 40,000 x [1-(1/1.208)] =	4,477
+65.00% x 41,600 x [1-(1/1.751)] =	11,597
+65.00% x 42,000 x [1-(1/3.502)] =	19,504
合計	36,786

(2)

2019 曆年度已付: =IBNR * $\frac{[\% \text{ Reported@T+12mons} - \% \text{ Reported@T mons}]}{\% \text{ Unreported @ t mons}}$

2015	$1,207 \times (1-1/1.050) / [1-(1/1.050)] =$	1,207
2016	$4,477 \times (1/1.050-1/1.208) / [1-(1/1.208)] =$	3,239
2017	$11,597 \times (1/1.208-1/1.751) / [1-(1/1.751)] =$	6,942
2018	$19,504 \times (1/1.751-1/3.502) / [1-(1/3.502)] =$	7,796
2019	$65\% \times 43,200 \times (1/3.502-0) / (1-0) =$	8,018
合計		27,201

另法:

<u>事故年</u>	<u>滿期保費</u>	<u>預期損失率</u>	<u>預期賠款</u>	<u>未付比例@2018</u>	<u>未付@2018</u>	<u>已付比例@2019</u>	<u>已付@2019</u>
	(1)	(2)	(3)=(1)*(2)	(4)	(5)=(3)*(4)	(6)	(7)=(3)*(6)
2015	39,000	65.00%	25,350	4.76%	1,207	4.76%	1,207
2016	40,000	65.00%	26,000	17.22%	4,477	12.46%	3,239
2017	41,600	65.00%	27,040	42.89%	11,597	25.67%	6,942
2018	42,000	65.00%	27,300	71.44%	19,504	28.56%	7,796
2019	43,200	65.00%	28,080	100.00%		28.56%	8,018
				合計	36,786		27,201