C5 精算模型

選擇題 40 題:(每題 2.5 分)

1.(　3　) 已知下列分組的損失經驗資料：

損失金額範圍	損失件數
(0, 2]	25
(2, 10]	10
(10, 100]	10
(100, 1,000]	5

今估計一件損失金額不超過 90 的機率，請計算該機率的變異數(variance)，下列有關該變異數之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.00172

(2)　0.00172≦該值＜0.00174

(3)　0.00174≦該值＜0.00176

(4)　該值≧0.00176

2.(　4　) 已知下列資訊：

損失件數	機率	每一件的損失金額	機率
0	1/5	-	-
1	3/5	25 150	1/3 2/3
2	1/5	50 200	2/3 1/3

假設每一件的損失金額為獨立，請計算總損失金額的變異數(variance)，下列有關該變異數之敘述何者為真？

(1)　該值＜8,000

(2)　8,000≦該值＜8,050

(3)　8,050≦該值＜8,100

(4)　該值≧8,100

3.(　1　) 已知某一保險的 portfolio 如下：

(i) 損失件數的機率分配如下：

n	p_n
0	0.1
1	0.4
2	0.3
3	0.2

(ii) 每次損失金額服從 Poisson 分配且 mean = 3；

(iii) 損失件數與損失金額是相互獨立的；

(iv) 每一件損失金額之 ordinary deductible 為 4。

請計算總損失金額的變異數(variance)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜12.4

(2) 12.4≦該值＜12.6

(3) 12.6≦該值＜12.8

(4) 該值≧12.8

4.（ 2 ）已知某一 collective risk model 如下：

(i) 損失件數服從 Poisson 分配且 $\lambda = 2$；

(ii) 每次損失金額的分配如下：

x	$f(x)$
1	0.6
2	0.4

某保險承保約定自負額為 3 之總損失(aggregate losses subject to a deductible of 3)。

請計算預期的保險總給付金額，下列有關該值之敘述何者為真？

(1) 該值＜0.735

(2) 0.735≦該值＜0.740

(3) 0.740≦該值＜0.745

(4) 該值≧0.745

5.（ 3 ）某一總損失金額 S (aggregate claims)的損失件數服從 Poisson 分配且 $\lambda = 5$，每次損失金額的分配如下：

x	$f(x)$
100	0.80
500	0.16
1000	0.04

請計算總損失金額正好為 600 的機率，而該機率下列敘述何者為真？

(1) 該機率＜0.045

(2) 0.045≦該機率＜0.055

(3) 0.055≦該機率＜0.065

(4) 該機率≧0.065

6.（　2　）取樣 10 張保單的賠款金額如下：

2　3　3　5　5+　6　7　7+　9　10+

其中“+”表示損失金額超過保單限額。採用 Product-Limit estimator，
請計算單一保單的損失金額超過 8 的機率，而該值下列敘述何者為真？

(1)　該值＜0.355

(2)　0.355≦該值＜0.365

(3)　0.365≦該值＜0.375

(4)　該值≧0.375

7.（　1　）已知某一損失金額的隨機變數 X，其 9 個損失金額的隨機樣本如下：

49, 50, 50, 50, 60, 75, 80, 120, 130.

請計算 Pr(X＞60)的變異數(variance)，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.0275

(2)　0.0275≦該值＜0.0277

(3)　0.0277≦該值＜0.0279

(4)　該值≧0.0279

8.（　4　）已知 10 個人死亡時的年齡如下：

25　30　35　35　37　39　45　47　49　55.

採用 uniform kernel of bandwidth 10，計算死亡時的年齡 $x = 40$ 的機率密度函數值，即 $f(40)$，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.038

(2)　0.038≦該值＜0.039

(3)　0.039≦該值＜0.040

(4)　該值≧0.040

9.（　2　）已知 20 件的損失金額如下：

損失金額範圍	件數
(0, 10]	9
(10, 25]	6
(25, ∞]	5

損失金額服從分配如下：

$F(x) = 1 - \frac{\theta}{x}$，其中 $x > \theta$.

請計算 θ 的 maximum likelihood estimate，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜5.45

(2)　5.45≦該值＜5.55

(3)　5.55≦該值＜5.65

(4)　該值≧5.65

10.（ 4 ）已知一指數分配(exponential distribution)，其參數θ係由下列樣本資料，並採用 maximum likelihood 的方法來作估計。

7　12　15　19.

請計算θ的 95%信賴區間(confidence interval)的上界，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜26.21

(2)　26.21≦該值＜26.22

(3)　26.22≦該值＜26.23

(4)　該值≧26.23

11.（ 3 ）已知經驗損失金額如下：

200　400　1,000　1,600　3,000　5,000　5,400　6,200.

假定上列資料服從指數分配(exponential distribution)，且參數θ = 3,300。

請計算 Kolmogorov-Smirnov 假設檢定的 D 值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.16

(2)　0.16≦該值＜0.17

(3)　0.17≦該值＜0.18

(4)　該值≧0.18

12.（ 1 ）已知 4 位被保險人的生存時間，其中：

2 位屬於類別 A，其死亡時間分別為 $t = 1$ 及 $t = 9$，

2 位屬於類別 B，其死亡時間分別為 $t = 2$ 及 $t = 4$，

今採用 Nonparametric Empirical Bayes estimation 來估計每一類別的被保險人之生存時間，且採用的 expected value of the process variance(EVPV)及 variance of the hypothetical means(VHM)為不偏估計(Unbiased estimators)。

請先計算 Buhlmann credibility factor，即 Z 值，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜0.05

(2)　0.05≦該值＜0.10

(3)　0.10≦該值＜0.15

(4)　該值≧0.15

13.(　2　)已知車險的被保險人資訊如下：

(i) 損失件數服從 Poisson 分配且平均數為 λ；

(ii) 參數 Λ 事先分配的機率密度函數(pdf)如下：

$$f(\lambda)=\frac{(500\lambda)^{50}e^{-500\lambda}}{\lambda\Gamma(50)}$$

(iii) 保險公司的賠案經驗資料如下：

	第 1 年	第 2 年
賠案件數	75	210
車險的被保險人保單件數	600	900

保險公司預期在第 3 年有 1100 的被保險人，請計算第 3 年的預期賠案件數，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜180

(2)　180≦該值＜185

(3)　185≦該值＜190

(4)　該值≧190

14.(　4　)已知下列：

$$F_X(x)=\begin{cases}0.5x, & 0\le x<1.2\\ 0.6, & 1.2\le x<2.4\\ 0.5x-0.6, & 2.4\le x\le 3.2\end{cases}$$

請採均勻分佈於(0, 1)的隨機數 0.5, 0.6 及 0.8 來計算平均的 x 值，

下列有關該平均值之敘述何者為真？

(1)　該值＜2.02

(2)　2.02≦該值＜2.04

(3)　2.04≦該值＜2.06

(4)　該值≧2.06

15.(　1　)某一保險的損失金額服從 Lognormal 分配，且其參數為 $\mu=5.6$ 及 $\sigma=0.75$，今採模擬的方式來計算損失金額，再適用約定的自負額(deductible)。

已知均勻分佈於(0, 1)的 4 個隨機數如下：

0.6217　0.9941　0.8686　0.0485

請採上列數字及 inversion method 來計算在約定的自負額為 100 之平均賠款金額，下列有關該值之敘述何者為真？

(1)　該值＜615

(2)　615≦該值＜620

(3)　620≦該值＜625

(4)　該值≧625

16. (4)對於變異係數(coefficient of variation)等於3之LogNormal分配， what is the Loss Elimination Ratio at twice the mean?

(1) 小於 50%
(2) 至少 50% 但小於 55%
(3) 至少 55% 但小於 60%
(4) 至少 60% 但小於 65%

17.(2)保險公司擁有以下保單組合：

Class	Benefit Amount of Policies	Number of a Claim	機 率
1	1	400	0.02
2	10	100	0.02

每個保單最多有一個索賠。
保險公司對每筆保單損失超過 R （R >1） 的金額分出給再保險人。
再保險人的再保險附加費用率為0.25。
保險公司以normal approximation計算時，當R為何值時?自留賠款加上再保險成本超過34之機率最低。試求 R?

(1) 1.5
(2) 2.0
(3) 2.5
(4) 3.0

18.(1) 一啤酒廠購買工人補償保險
每年累積損失符合 LogNormal 分配 (μ = 13.5 and σ= 0.75)
啤酒廠的保費取決於它的實際每年累積損失: A.
保費 = 1.05 (200,000 + 1.1A), 最低保費為 500,000 最高保費為 2,500,000.
試求啤酒廠的平均保費？

(1) 小於 1.3 million
(2) 至少 1.3 million, 但小於 1.4 million
(3) 至少 1.4 million, 但小於 1.5 million
(4) 至少 1.5 million, 但小於 1.6 million

19. (4) 對於總損失 $S = X_1 + X_2 + ... + X_N$:

(i) N 符合 Poisson分配 mean = 0.5

(ii) X_1, X_2 . . . mean = 100 及 variance = 100

(iii) N, X_1, X_2 . . . 相互獨立.

對於保單組合，保費期間的損失率是期間內總賠款/總保費

安全加成(relative security loading): (保費/預期損失) - 1 為 0.1。

使用複合 Poisson 分配(Using the normal approximation to the compound Poisson distribution)，計算在期間內損失率超過 0.75 的機率?

(1) 0.43

(2) 0.45

(3) 0.50

(4) 0.55

20.(2) 使用以下資訊:

損失頻率是 50-50 mixture of two Poissons with means λ and 2λ. λ之prior分配為符合mean = 0.1 之Exponential分配，

Bühlmann Credibility Parameter K = EVPV / VHM (the expected value of the process variance)/(variance of the hypothetical means).

試計算K=?

(1) 6

(2) 7

(3) 8

(4) 9

21.(2) 使用以下資訊：

- 年度累積損失可採用五個值之一：0、1000、2000、3000、4000、概率分別為 15%、25%、35%、20%、5%。
- 每一年是相互獨立。
- 使用以下 10 個亂數 (0，1) ：0.679、0.519、0.148、0.206、0.824、0.249、0.392、0.980、0.501、0.844，以模擬此模型。

試求十年內支付的總損失是多少？

(1) 18,000

(2) 19,000

(3) 20,000

(4) 21,000

22.（ 2 ）您得到以下樣本數列：9、15、18、20、21。使用uniform kernel with bandwidth 4,請估計中位數為何?

(1) 17.0
(2) 17.5
(3) 18.0
(4) 18.5

23.（ 4 ）有一Pareto分配 α= 1.5 和 β= 1,000 去配適下列損失: 179, 352, 918, 2,835,6,142.試問科爾莫戈羅夫-斯米爾諾夫 （Kolmogorov-Smirnov (K-S)）統計值是多少？

(1) 小於 0.24
(2) 至少 0.24 但小於 0.25
(3) 至少 0.25 但小於 0.26
(4) 至少 0.26 但小於 0.27

24.（ 2 ）當精算師獲得兩個獨立,不偏估計,Y_1 和 Y_2，對於某個確定參數值時。

Y_1 的方差(variance)是 Y_2的四倍.

若構造一個新的不偏估計式 $k_1Y_1 + k_2Y_2$

可最大程度地降低新估計值的方差之 k_1 值為何？

(1) 小於0.18
(2) 至少 0.18, 但小於 0.23
(3) 至少 0.23, 但小於 0.28
(4) 至少 0.28, 但小於 0.33

25.（ 4 ）請使用以下資訊：

Age Interval	Number of Lives Entering in Interval	Number of Deaths in Interval	Number of Lives Exiting in Interval
(0, 1]	1,500	20	1,000
(1, 2]	1,500	14	1,160
(2, 3]	1,500	10	612

假設 “ entries” 出現在每個間隔的開頭

假設 “exits”均勻出現於每個間隔內

使用Kaplan-Meier approximation for large data sets，試估計 S（3）?

(1) 小於 0.94
(2) 至少 0.94, 但小於 0.95
(3) 至少 0.95, 但小於 0.96
(4) 至少 0.96, 但小於 0.97

26.(　3　)對於具有正確審查資料的死亡率研究，您可以獲得以下資料：

Time	Number of Deaths	Number at Risk
3	1	50
5	3	49
6	5	k
10	7	21

您被告知，在時間點為 10 時，對生存函數 Nelson-Åalen估計值為 0.575。
試計算 k？

(1) 28
(2) 31
(3) 36
(4) 44

27.(　1　) $S(t) = (1 - t/\omega)^{1/3}$, $0 < t < \omega$.
從出生起就開始觀察的5個生命體。
其中一個生命體在30歲時死亡。其他4生命體在40歲時仍然活著。
試使用最大概似估計法估計 ω?

(1) 小於 80
(2) 至少 80, 但小於 85
(3) 至少 85, 但小於 90
(4) 至少 90, 但小於 95

28.(　1　)假設下列的情況:
- 對一個給定的大風險，在單一的暴露期間中理賠的次數具有平均數 3,645 的 Poisson 分配。
- 幅度具有參數 $\mu=5$ 和 $\sigma=1.5$ 的 LogNormal 分配
- 頻率和幅度是獨立的

請問這個風險純保費標準差為何，又其平均純保費為何？

(1) 85,013，1,666,292
(2) 50,318，1,982,759
(3) 85,013，7,227,158
(4) 2,567，50,318

29.(　1　) 假設以下資訊:

- 在 West Dakota 州，每一年的理賠次數服從平均數 8,200 的 Poisson 分配。
- 幅度分配為參數 $\mu=4$ 和 $\sigma=0.8$ 的 LogNormal 分配。
- 頻率和幅度彼此獨立

請問期望總損失及總損失的變異數為何?

(1) 616,547，87,915,742

(2) 616,547，63,154,288

(3) 556,432，87,915,742

(4) 556,432，63,154,288

30.(　2　)給定下列資訊:

- 假設頻率和幅度彼此獨立
- 理賠件數具有 Poisson 分配。
- 幅度具有參數 $\mu=4$ 及 $\sigma=0.6$ 的 LogNormal 分配。
- 完全可信度 90%的機率落在實際純保費的±2.5%之內。

請問符合完全可信度的最少預期理賠件數為多少件?

$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.881)=0.97$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2.17)=0.985$，$\Phi(2.326)=0.99$，$\Phi(2.576)=0.995$

(1) 4,697

(2) 6,206

(3) 8,211

(4) 8,810

31.(　3　)你被給定以下的資訊:

選定 3,000 次理賠為完全可信度標準，以符合有 99%的機率其純保費的觀察值會落在預期純保費 10%之內。

理賠次數具有 Poisson 分配。

完全可信度標準下，使用古典可信度觀念決定之幅度分配的變異係數(CV)為何?

$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.881)=0.97$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2.17)=0.985$，$\Phi(2.326)=0.99$，$\Phi(2.576)=0.995$

(1) 1.42

(2) 2.61

(3) 1.88

(4) 1.96

32.(3)給定下列資訊:

- 頻率是 Poisson 分配
- 幅度具有 α=1.5 Gamma 分配
- 頻率和幅度是獨立的。

完全可信度被定義為有 97%的機率估計值會在直正純保費正負 4%之內。

請問 150 理賠次數應該指定多少的可信度?

$\Phi(1.645)=0.95$ ，$\Phi(1.881)=0.97$ ，$\Phi(1.96)=0.975$ ，$\Phi(2.17)=0.985$ ，$\Phi(2.326)=0.99$，$\Phi(2.576)=0.995$

(1) 14.73%

(2) 16.31%

(3) 17.49%

(4) 19.36%

33.(3)有三種駕駛人，有以下特徵：

種類	該種類駕駛人比例	Poisson 分配 年理賠頻率	具有 Pareto 分配的 理賠幅度
好的	50%	5%	α=5，λ=10,000
壞的	30%	10%	α=4，λ=10,000
最差的	20%	20%	α=3，λ=10,000

觀察某位駕駛人，發現在過去 5 年間有 1 次理賠。使用 Bühlmann 可信度預測該駕駛人未來年理賠頻率。

(1) 8.62%

(2) 9.39%

(3) 11.02%

(4) 12.5%

34.(2)有三種駕駛人，有以下特徵：

種類	該種類駕駛人比例	Poisson 分配 年理賠頻率	具有 Pareto 分配的 理賠幅度
好的	50%	5%	α=5，λ=10,000
壞的	30%	10%	α=4，λ=10,000
最差的	20%	20%	α=3，λ=10,000

理賠幅度過程變異數的期望值是多少(對單次理賠的觀察值)?

Pareto 分配過程變異數公式為 $\lambda^2\alpha/[(\alpha-1)^2(\alpha-2)]$

(1) 46,442,110

(2) 41,337,719

(3) 38,886,542

(4) 30,989,583

35.(3) 有三種駕駛人，有以下特徵：

種類	該種類駕駛人比例	Poisson 分配 年理賠頻率	具有 Pareto 分配的 理賠幅度
好的	50%	5%	$\alpha=5$，$\lambda=10,000$
壞的	30%	10%	$\alpha=4$，$\lambda=10,000$
最差的	20%	20%	$\alpha=3$，$\lambda=10,000$

假設平均幅度的變異數是多少(對單次理賠的觀察值)?

(1) 663,458

(2) 842,567

(3) 1,119,575

(4) 1,388,646

36.(1) 在一個給定的母體中，有兩類保險人。其中每個被保險人在一個經驗期間內，不是沒有理賠，就是恰好有一次理賠。對每個被保險人，理賠次數是二項分配。在一個經驗期間內的理賠機率，對第一類被保險人為 0.50，對第二類為 0.75。另外該母體由 45%的第一類被保險人和 55%的第二類被保險人組成。在不曉得被保險人的類別下，隨機選取一個被保險人。則若使用 Bühlmann 可信度公式，將指定多少可信度給該被保險人 5 個經驗期間內的經驗資料？

(1) 26.40%

(2) 13.94%

(3) 42.19%

(4) 21.56%

37.(3) 若有一負二項分配，其參數 $\beta=1$，$\gamma=2$，若使用 $p_k/p_{k-1} = a+b/k$ 之公式，且已知 zero-truncated random varible 之 $P_1^T= 0.33333$，且 $P_0^M=0.2$，則 zero-truncated modified random varible 之 $P_1^M=?$

(1) 0.18751

(2) 0.20000

(3) 0.26666

(4) 0.46967

38.(　1　)若有 Poisson-ETNB 分配，其 primary poisson 分配的參數 $\lambda=3$，而其 ETNB 分配之 $\gamma=-0.5$，$\beta=1$，且已知 ETNB 分配之 $f_1=0.85355$，$f_2=0.10669$，$f_3=0.02667$，$g_0=0.04979$，則 $g_3=$?

(1) 0.18412
(2) 0.17917
(3) 0.15293
(4) 0.07646

39.(　4　)給定以下資訊：

- 理賠次數服從 Poisson 分配。
- 理賠幅度有以下分配：

理賠金額	機率
10	50%
30	30%
60	20%

- 理賠次數與理賠幅度彼此獨立。

符合總理賠金額有 95%的機率會落在預期值的 5%之內的理賠次數較接近?

(1) 300
(2) 600
(3) 1,500
(4) 2,400

40.(　2　)使用兩個六面的骰子 A_1 及 A_2 來決定理賠的次數，骰子 A_1 理賠 0 次的機率為 4/6，理賠 1 次的機率為 2/6，骰子 A_2 理賠 0 次機率的為 3/6，理賠 1 次的機率為 3/6。又使用兩個輪盤 B_1 及 B_2 來決定理賠幅度，其幅度及其發生機率如下：

	理賠金額	
輪盤	50	100
B_1	0.5	0.5
B_2	0.5	0.5

單次的觀察包含從 A_1 及 A_2 隨機選一個骰子，並於骰子出現理賠 1 次後隨機選一個輪盤以決定幅度，則純保費過程變異數的期望值(EPV)為何?

(1) 1,024.46
(2) 1,588.54
(3) 1,669.38
(4) 1,932.46