

G1 基礎費率釐訂與準備金

1. (5 分)

已知下列資訊：

季及年 (Quarter and Year)	現行費率水準之 平均簽單保費
2Q 2016	25,500
4Q 2016	26,250
2Q 2017	27,050
4Q 2017	27,865
2Q 2018	28,700
4Q 2018	29,558

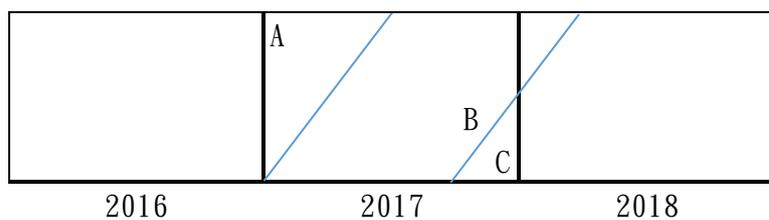
曆年度	滿期保費
2017	32,500,000
2018	33,600,000

費率調整生效日	整體費率調整度
2017年1月1日	8%
2017年10月1日	10%

- 在 2016 年及 2018 年沒有費率調整。
- 新費率將於 2020 年 1 月 1 日生效，且有效期間為一年。
- 全部保單均為半年期。
- 假設保單均勻分佈整年度。

使用半年趨勢值(half-year trend)計算 2017 年及 2018 年趨勢化現行費率水準之滿期保費(trended on-level earned premium for 2017 and 2018)。

【參考解答】



年度	A	B	C	平均費率	On-level factor
2017	0.2500	0.6875	0.0625	1.06675	1.1137
2018	0.0000	0.0625	0.9375	1.18125	1.0057
費率調整幅度	1.0000	1.0800	1.1880		

意外年度	滿期保費	On-level factor	趨勢因子	趨勢化滿期保費
2017	32,500,000	1.1137	1.211800	43,861,404
2018	33,600,000	1.0057	1.142300	38,600,053

2.25 (2018 trend to 2020 Jan.1)

趨勢因子之計算：

季及年 (Quarter and Year)	現行費率水準之 平均簽單保費	趨勢值
2Q 2016	25,500	
4Q 2016	26,250	2.94%
2Q 2017	27,050	3.05%
4Q 2017	27,865	3.01%
2Q 2018	28,700	3.00%
4Q 2018	29,558	2.99%
選擇		3.00%

2. (4 分)

已知下列資訊：

保單	車輛數	生效日	到期日
A	20	2018年1月1日	2018年6月30日
B	30	2018年3月1日	2018年8月31日
C	10	2018年7月1日	2019年6月30日
D	20	2018年10月1日	2019年3月31日
E	10	2018年11月1日	2019年4月30日

- 全部保單有效期間為自生效日起至到期日為止。
- 1 個曝露數(exposure)之定義：1 輛車承保 1 年(one vehicle insured for one year)。

(1) (1 分)

計算曆年度 2018 年簽單曝露數(calendar year 2018 written exposures)。

(2) (1 分)

計算曆年度 2018 年滿期曝露數(calendar year 2018 earned exposures)。

(3) (1 分)

於 2019 年 1 月 31 日為評估日，計算保單年 2018 年滿期曝露數(policy year 2018 earned exposures as of Jan. 31, 2019)。

(4) (1 分)

於 2018 年 10 月 15 日為評估日，計算有效曝露數(in force exposures as of Oct. 15, 2018)。

【參考解答】

題號	內容	計算過程	解答1	解答2
(1)	CY 2018簽單曝露數	$=1*10+0.5*(20+30+20+10)=$	50.00	
(2)	CY 2018滿期曝露數	$=1*10*0.5+0.5*(20+30+20*0.5+10*2/6)=$	36.67	
(3)	PY 2018滿期曝露數 as of Jan 31, 2019	$=1*10*7/12+0.5*(20+30+20*4/6+10*3/6)=$	40.00	
(4)	有效曝露數 as of Oct 15, 2018	$=1*10+0.5*20$ or $=10+20$	20.00	30.00

3. (6 分)

某一保險公司正在考慮調整地區係數，提供以下資料：

地區	暴露數	趨勢化最終已發生賠款及理賠費用	現行地區係數
A	7,500	37,500,000	1.00
B	8,750	50,200,000	1.05
C	6,890	32,050,000	0.85

- 基礎地區維持地區 A。
- 完全可信度標準為 7,800 暴露數。
- 部份可信度之計算採用平方根法(square root rule)。
- 可信度補數為常態化現行地區係數(normalized current territorial relativities)。

(1) (3 分)

使用純保費法，計算可信度加權之各地區係數。

(2) (1 分)

請計算 off-balance factor。

(3) (1 分)

假設採用上述(1)之新地區係數及維持整體保費水準，定義各地區係數變動百分比。

(4) (1 分)

假設採用上述(1)之新地區係數及選擇整體保費調整+10%，定義各地區係數變動百分比。

【參考解答】

(1)完全可信度標準(暴露數)= 7,800

地區	暴露數	趨勢化最終已發生賠款及理賠費用	現行地區係數
	(2)	(3)	(4)
A	7,500	37,500,000	1.000
B	8,750	50,200,000	1.050
C	6,890	32,050,000	0.850
合計	23,140	119,750,000	0.974

地區	純保費	可信度	純保費係數調整	現行係數調整(常態化)	可信度加權係數	新地區係數(地區A為基礎)
	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
A	5,000	98.06%	0.966	1.026	0.967	1.000
B	5,737	100.00%	1.109	1.078	1.109	1.146
C	4,652	93.99%	0.899	0.872	0.897	0.928
合計	5,175					1.034

備註：
 (4)合計=sumproduct((2),(4))/(2)合計
 (6)=\$((2)/(1))^0.5
 (7)=(5)/(5)合計
 (8)=(4)/(4)合計
 (9)=(7)*(6)+(8)*(1-(6))
 (10)=(9)/(9)B
 (10)合計=sumproduct((2),(10))/(2)合計

(2)~(4)

地區	新地區係數變動%	均衡因子(off-balance factor)	新地區係數變動%(with off-balance)	選擇整體保費變動%	新地區係數變動%(with off-balance)
	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
A	0.00%	0.942	-5.82%	10.00%	3.60%
B	9.15%	0.942	2.80%	10.00%	13.08%
C	9.13%	0.942	2.78%	10.00%	13.06%
合計	6.18%				

備註：
 (11)=(10)/(4)-1
 (11)合計=sumproduct((2),(11))/(2)合計
 (12)=1/(1+(11)合計)
 (13)=(1+(11))*(12)-1
 (15)=(1+(11))*(12)*(1+(14))-1

4. (5 分)

給定以下資訊：

區域	True Relativity	Univariate Indicated Relativity	Loss & ALAE
一	0.5	0.46	3,680,000
二	1	1.00	8,000,000
三	1.2	1.28	11,636,000

滿期暴露數

區域	Class A	Class B	Class C
一	150,000	70,000	110,000
二	105,000	115,000	110,000
三	70,000	180,000	125,000

Class	A	B	C
Charged Factor	0.85	1.15	1.00

請使用 Adjusted pure premium method，計算各區域差比數值(以區域二為 base level)。

【參考解答】

區域一 adjusted exposures

$$=150,000 \times 0.85 + 70,000 \times 1.15 + 110,000 \times 1 = 318,000$$

區域二 adjusted exposures

$$=105,000 \times 0.85 + 115,000 \times 1.15 + 110,000 \times 1 = 331,500$$

區域三 adjusted exposures

$$=70,000 \times 0.85 + 180,000 \times 1.15 + 125,000 \times 1 = 391,500$$

$$\text{區域一 PP} = 3,680,000 / 318,000 \doteq 11.572$$

$$\text{區域二 PP} = 8,000,000 / 331,500 \doteq 24.133$$

$$\text{區域三 PP} = 11,636,000 / 391,500 \doteq 29.722$$

$$\rightarrow \text{區域一差比} = 11.572 / 24.133 \doteq 0.4795$$

$$\rightarrow \text{區域二差比} = 24.133 / 24.133 = 1$$

$$\rightarrow \text{區域三差比} = 29.722 / 24.133 \doteq 1.2316$$

5.(6 分)

給定以下資訊：

損失金額區間 (\$000)	占率	平均損失金額 (\$000)
$X \leq 200$	20%	100
$200 < X \leq 400$	20%	300
$400 < X \leq 600$	20%	500
$600 < X \leq 800$	20%	700
$800 < X \leq 1000$	20%	900
Total	100%	500

- 損失頻率為 1%
- 損失金額為均勻分布
- 一間房子價值 1,000,000

(1) (2 分)

請計算保險金額分別為 1,000,000 與 600,000 時之費率(每千元保額)。

(2) (1 分)

請簡述不足額保險對被保險人及保險公司之影響。

(3) (3 分)

該間房子投保之保險金額為 700,000、無自負額，共保要求(coinsurance requirement)為 80%，請計算當損失金額分別為 600,000 及 850,000 時，其賠償金額及共保懲罰分別為？

【參考解答】

(1)(i)保險金額 1,000,000

$$\text{費率(每千元保額)} = (1\% \times 500,000) / (1,000,000 / 1,000) = 5$$

(ii)保險金額 600,000

費率(每千元保額)

$$= \{1\% \times [20\% \times (100,000 + 300,000 + 500,000) + 40\% \times 600,000]\} / (600,000 / 1,000) \\ = 7$$

(2) (i)對被保險人

當發生全損(或接近全損)時，無法獲得全額賠償。

(ii)對保險公司

若費率為基於足額保險下所計算出，不足額保險將會造成(整體)費率不適當(inadequate)。

(3)(i)損失金額 600,000

$$a = \min[1, 700,000 / (1,000,000 \times 80\%)] = 0.875$$

$$\text{賠償金額} = \min[700,000, (600,000 \times 0.875)] = 525,000$$

$$\text{共保懲罰} = 600,000 - 525,000 = 75,000$$

(ii)損失金額 850,000

$$a = \min[1, 700,000 / (1,000,000 \times 80\%)] = 0.875$$

$$\text{賠償金額} = \min[700,000, (850,000 \times 0.875)] = 700,000$$

$$\text{共保懲罰} = 700,000 - 700,000 = 0$$

6.(4 分)

給定以下資訊：

- Projected loss and LAE ratio : 58.5%
- Projected fixed expense provision : 11.5%
- Variable expense provision : 20%
- Underwriting profit provision : 5%
- Credibility of the indicated rate change : 0.75
- Annual loss ratio trend : +3.5%

最近一次費率變更係於 2018 年 7 月 1 日實施，預計下一次費率變更實施日為 2020 年 1 月 1 日，請計算可信度加權後(credibility-weighted)之預期費率變更幅度。

【參考解答】

假設現行費率為 100

趨勢期間為 1.5 年(2018.7.1-2020.1.1)

$$C = 100 \times (1.035)^{1.5} \doteq 105.2957$$

$$PI = 100 \times (0.585 + 0.115) / (1 - 0.2 - 0.05) \doteq 93.3333$$

Credibility-Weighted Indicated Rate

$$= PI \times Z + C \times (1 - Z)$$

$$= 93.3333 \times 0.75 + 105.2957 \times (1 - 0.75) = 96.3239$$

$$CW \text{ Indicated Rate Change} = 96.3239 / 100 - 1 \doteq (-3.68\%)$$

7.(5 分)

一產險市場僅有 A、B 兩間產險公司，並且承保危險數量維持不變，A 公司已識別出新的潛在費率計價因子(可分為高危險與低危險)，目前情況如下：

危險類別	預期成本	承保危險數	
		A 公司	B 公司
高危險	10,000	20,000	80,000
低危險	5,000	20,000	80,000

假設僅有 A 公司識別出此不同危險類別之預期成本，並且 A 公司預計將高危險類別之費率調整至與其預期成本相同(即為 10,000)，低危險類別之費率調整至與 6,500，而 B 公司則維持目前的費率：高、低危險皆相同為 7,500，

(1)(2 分)

何謂逆選擇(adverse selection)? 請以 A、B 公司之情形說明。

(2)(1 分)

承(1)，如果 B 公司不調整其策略，請簡述最終 A、B 公司將呈現何種獲利情形?

(3)(2 分)

請簡述兩種 B 公司為因應 A 公司費率調整計畫所做出之策略。

【參考解答】

(1) 因為 A 公司使用了類別費率，故將吸引低危險之被保險人投保，而對 B 公司而言，將持續吸引高危險之被保險人投保，在收取之保費持續低於高危險被保險人之預期成本下。將使 B 公司損失率增加。

(2) A 公司將持續吸引 B 公司之低危險被保險人投保，B 公司則持續吸引 A 公司之高危險被保險人投保，故 A 公司最終將呈現獲利情況，而 B 公司最終將呈現虧損情況。

(3)

- B 公司退出市場。
- 參考 A 公司之類別費率，避免逆選擇發生。
- B 公司識別出不同於 A 公司之費率計價因子。
- B 公司改變市場策略，吸引更多低危險被保險人投保。

8. (5 分)

給定一財產保險之保單資訊如下：

- 於 2017/4/1 費率變更，調漲幅度為 8%
- 2017 年滿期保費為 30,000
- 保單之簽發為年度基礎(annual basis)

(1)(1 分)

假設保單之簽發為均勻分佈，試以平行四邊形法計算 2017 年曆年制平準 (on-level)滿期保費。

(2)(3 分)

假設保單之簽發具季節性，故季與季之間並非均勻分佈(各季簽發之分佈如下表分佈，但各季內仍呈現均勻分布)，試以平行四邊形法計算 2017 年曆年制平準(on-level)滿期保費。

第一季	30%
第二季	50%
第三季	10%
第四季	10%

(3)(1 分)

承(2)之非均勻分佈之假設，試舉出另一種可計算平準滿期保費之方法。

【參考解答】

參考答案：	
(a)	
2017 年曆年制平準(on-level)滿期保費=30,000*(1+8%)/(23/32*1+9/32*(1+8%))	31,687
(b)(any 1 of)	
答案1：	
	rate level index Q1= 1.0 rate level index Q2= 1*7/8+(1+8%)*1/8= 1.01 rate level index Q3= 1*5/8+(1+8%)*3/8= 1.03 rate level index Q4= 1*3/8+(1+8%)*5/8= 1.05
Q1 Q2 Q3 Q4	
Total average rate level index = 30%*1+50%*1.01+10%*1.03+10%*1.05 =	1.013
2017 年曆年制平準(on-level)滿期保費=30,000*(1+8%)/1.013=	31,984
答案2：	
2017Q2簽發並於2017滿期之weighted rate level index=50%*(7.5/12)=	0.3125
2017Q3簽發並於2014滿期之weighted rate level index=10%*(4.5/12)=	0.0375
2017Q4簽發並於2014滿期之weighted rate level index=10%*(1.5/12)=	0.0125
Total average rate level index = 1*(1-0.3125-0.0375-0.0125)+(1+8%)*(0.3125+0.0375+0.0125) =	1.029
2017 年曆年制平準(on-level)滿期保費=30,000*(1+8%)/1.029=	31,487
(c)(any 1 of)	
1. 使用延展暴露數法(extension of exposures)，用current rate來重新計算歷史資料之滿期保費。	
2. 仍使用平行四邊形法，但可切割較小之時間區間如季度或是月份來取代年度。	

9. (5 分)

給定某公司以下資訊：

項目	單位：千元
簽單保費	200,000
滿期保費	150,000
最終賠款(含 LAE)	105,000
佣金、代理費	28,000
其他招攬費用	8,000
營業稅	4,000
一般費用	6,000

- 所有費用為變動費用
- 核保利潤率= 2%

(1)(2 分)

計算下列費用率，並簡單說明分別引用之保費基礎：

- A. 佣金、代理費用率
- B. 一般費用率

(2)(2 分)

計算 permissible loss and LAE ratio。

(3)(1 分)

請問該公司是否達到其預期之核保利潤？請簡單說明原因。

【參考解答】

(1)

- A. 佣金、代理費用率=28,000/200,000= 14.00% 引用之保費基礎為簽單保費，原因為佣金、代理費用發生於保單簽發成立日。
- B. 一般費用率=6,000/150,000=4.00%。引用之保費基礎為滿期保費，原因為一般費用是為了維持保單所相關之成本，需與保單之滿期比例相關，故引用滿期保費。

(2) Total expense % V= 14%+4%+(8,000+4,000)/(200,000) = 24%

Target UW profit % QT= 2%

Permissible loss and LAE ratio= 1- 24%- 2%=74.00%

(3)損失率為 105,000/150,000= 70.00%小於 Permissible loss and LAE ratio 74.00%，故達到其預期之核保利潤。

10. (5 分)

某精算人員評估一損失為 x 之機率密度函數為 $f(x) = \frac{x}{320,000}$ ，
其中 $0 \leq x \leq 800$

(1)(3 分)

請協助此精算人員計算自負額為 200 之 loss elimination ratio，LER(200)。

(2)(2 分)

某精算人員依下列資訊，推導自負額為 D 之 excess ratio 公式為 $\frac{(\quad)}{A+B}$ ，
請問上述公式之括弧內為何？用下表之符號表達。

Loss Limit	Number of Losses	Total Loss Amount
小於等於 D	X	A
大於 D	Y	B
Total	$X+Y$	$A+B$

【參考解答】

參考答案：		
(a)		
LER(200) =	$\frac{\int_0^{200} x \cdot \frac{x}{320,000} dx + 200 \cdot \int_{200}^{800} \frac{x}{320,000} dx}{\int_0^{800} x \cdot \frac{x}{320,000} dx}$	
	$= \frac{\frac{x^3}{960,000} \Big _0^{200} + 200 \cdot \frac{x^2}{640,000} \Big _{200}^{800}}{\frac{x^3}{960,000} \Big _0^{800}}$	
	$= 0.3672$	
(b)		
excess ratio at deductible $D = 1 - \text{LER}(D)$		
$= 1 - \frac{A + DY}{A + B}$		
$= \frac{B - DY}{A + B}$		
所以括弧內為	$B - DY$	

11. (3 分)

截至 2018/12/31 之資料如下(計算以四捨五入法至小數點後 3 位)，並假設 48 個月後即無發展。

事故年	累積已報賠款				選擇最終賠款	2018/12/31 累積已報賠款
	12	24	36	48		
2014	500	650	720	750	750	750
2015	500	700	780		970	1,000
2016	550	800			1,050	1,000
2017	600				1,150	950

(1) (1 分)

以簡單平均法計算各年度損失發展因子(LDF)。

(2) (2 分)

計算意外年制 2014~2017 於曆年制 2018 中實際與預期新增 IBNR 差異。

【參考解答】

(1)簡單平均法計算各年度損失發展因子

事故年	累積已付賠款LDF		
	12-24	24-36	36-48
2014	1.300	1.108	1.042
2015	1.400	1.114	
2016	1.455		
簡單平均	1.385	1.111	1.042
CLF	1.604	1.158	1.042

(2)實際與預期新增 IBNR 差異

事故年	IBNR	2017/12/31之 Age-to -Ult	% Reported	2018預期新增	2018實際新增
2014	-	1	1	0	-
2015	190	1.042	0.960	190	220
2016	250	1.158	0.864	176.471	200
2017	550	1.604	0.623	351.592	350
小計				718.063	770
				差異	-51.937

12. (4 分)

資料基準日為 2018/12/31，計算以四捨五入法至小數點後 3 位

事故年	On-Level 滿期保費	累積已報賠款	已報賠款 CDF
2016	1000	800	1.15
2017	1200	950	1.25
2018	1500	800	1.35

假設有一個新法令自 2018/1/1 實施，可減少損失成本 17%，請以 Cape Cod 方法計算事故年度 2018 之最終賠款。

【參考解答】

事故年	新法後累積 已報賠款	已報賠款 CDF	最終賠款	On-Level 滿 期保費
2016	664	1.15	764	1000
2017	789	1.25	986	1200
2018	800	1.35	1080	1500
合計			2829	3,700

Cape Cod 損失率=2829/3700=76.466%

Cape Cod 最終賠款=800+1500*76.466%*(1-1/1.35)=1097.366

13. (4 分)

單位：仟元

曆年 Calendar year	滿期保費 Earned Premium	現行費率水準滿期保費 On level Earned Premium
2015	6,305	6,250
2016	7,848	7,500
2017	8,619	8,125
2018	10,000	10,000

單位：仟元

事故年 Accident Year	12 Months	24 Months	36 Months	48 Months
2015	831	1,783	3,270	3,898
2016	1,144	2,285	3,925	
2017	1,113	2,300		
2018	1,130			

給定每年損失幅度趨勢為 3%。

假設 48 個月後，賠款不再增加。

請使用預估損失率法(Expected claims technique)估計事故年 2018 年之最終賠款。

【參考解答】

Age-to-Age	12-24	24-36	36-48	48-
2015	2.1444	1.8345	1.1919	
2016	1.9978	1.7177		
2017	2.0674			
Average	2.0699	1.7761	1.1919	
CDF	4.3818	2.1169	1.1919	1.0000

曆年 Calendar year	On level Earned Premium	Ulti. Loss	LR
2015	6,250	4,259	68.14%
2016	7,500	4,963	66.17%
2017	8,125	5,015	61.72%
Total (exclude 2018)	21,875	14,237	65.08%

2017 年 Ulti. Loss=5,015=2,300*2.1169*(1.0+3%)¹。

2018 年之最終賠款= 65.08% * 10,000 = 6,508 (仟元)

請注意不可以將 2018 年的資料納入計算。(常見錯誤)

14. (5 分)

給定以下資訊，於 2018/12/31 之時點估計 IBNR。

單位：千元

事故年	已發生賠款	On-Level 滿期保費	最終賠款(已發生賠 款損失發展法)
2015	1,350	2,400	1,420
2016	1,222	2,300	1,412
2017	924	2,200	1,280
2018	711	2,100	1,332

- 假設所有意外年的損失率是 60%
- 每年的損失幅度趨勢為 0%

(1) (3 分)

採用 Bornhuetter-Ferguson technique 計算各年度之 IBNR。

(2) (2 分)

完整說明損失率採 60% 的假設合理性。

【參考解答】

(1)

事故年	已發生賠 款	On-Level 滿期保 費	最終賠款(已 發生賠款損失 發展法)	CDF	B-F IBNR	滿期損失率 (已發生賠款損 失發展法)
	(1)	(2)	(3)	(4)=(3)/(1)	(5)=(2)*60% *(1-1/(4))	(6)=(3)/(2)
2015	1,350	2,400	1,420	1.0519	71	59.17%
2016	1,222	2,300	1,412	1.1555	186	61.39%
2017	924	2,200	1,280	1.3853	367	58.18%
2018	711	2,100	1,332	1.8734	587	63.43%

AY2018 CDF=1,332/711=1.8734

AY2018 BF IBNR=2100*60%*(1-1/1.8734)=587

(2)

由滿期損失率(已發生賠款損失發展法)可發現損失率在 2016 年及 2018 年皆超過 60%，但在 2015 年及 2017 年卻低於 60%，建議與核保及理賠單位討論是否是較大的賠案在 2016 年及 2018 年，或是理賠的流程或業務結構組成是否有調整。

15. (8 分)

給定以下資訊：

事故年	增量已付賠款 單位：千元		
Accident Year	Incremental Paid (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	4,770	7,932	11,371
2017	4,500	10,180	
2018	7,835		

事故年	增量已發生賠款 單位：千元		
Accident Year	Incremental Reported (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	32,190	19,924	5,314
2017	37,418	12,508	
2018	46,638		

事故年	累積報案件數 單位：件		
Accident Year	Cumulative Reported Claim Counts		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	2,328	2,600	2,522
2017	1,990	2,250	
2018	2,135		

事故年	累積結案件數 單位：件		
Accident Year	Cumulative Closed Claim Counts		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	500	700	1,000
2017	450	650	
2018	475		

- 36 個月至最終發展的係數為 1.05
- 年損失幅度趨勢為 8%。

(1) (6 分)

請用 Berquist-Sherman case reserve 調整方法估計各事故年度最終賠款。

(2) (2 分)

請敘述 Berquist-Sherman case reserve 調整方法的目的。

【參考解答】

(1)

事故年	累積已發生賠款 單位：千元		
Accident Year	Cumulative Reported (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	32,190	52,114	57,428
2017	37,418	49,925	
2018	46,638		

註：2016-12 月 =32,190

2016-24 月 =32,190 + 19,924= 52,114。

2016-36 月 =32,190 + 19,924 + 5,314= 57,428。

事故年	累積已付賠款 單位：千元		
Accident Year	Cumulative Paid (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	4,770	12,702	24,073
2017	4,500	14,680	
2018	7,835		

註：2016-12 月 =4,770

2016-24 月 =4,770 + 7,932= 12,702。

2016-36 月 =4,770 + 7,932 + 11,371= 24,073。

已報未付賠款=累積已發生賠款-累積已付賠款

事故年	已報未付賠款 單位：千元		
Accident Year	OS (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	27,420	39,411	33,354
2017	32,918	35,245	
2018	38,803		

註：2016-12 月 =32,190 - 4,770=27,420

未結案件數=累積報案件數-累積結案件數

事故年	未結案件數 單位：件		
Accident Year	Open claims Counts		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	1,828	1,900	1,522
2017	1,540	1,600	
2018	1,660		

註：2016-12 月 =2,328 - 500=1,828

事故年	平均已報未付賠款 單位：千元		
Accident Year	Average OS (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	15,000	20,743	21,915
2017	21,375	22,028	
2018	23,375		

註：已報未付賠款/未結案件數×1,000

事故年	調整 平均已報未付賠款 單位：千元		
Accident Year	Adjusted Average OS (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	20,040	20,397	21,915
2017	21,644	22,028	
2018	23,375		

註：2017-12 月 =23,375/1.08=21,644。

2016-12 月 =21,644/1.08=20,040。

2016-24 月 =22,028/1.08=20,397。

事故年	調整 已發生賠款 單位：千元		
Accident Year	Adjust Reported claims (000)		
月份	12 月	24 月	36 月
2016	41,403,659	51,455,923	57,427,500
2017	37,831,019	49,925,000	
2018	46,637,500		

註：調整平均已報未付賠款×1,000+累積已付賠款。

2016-12 月 =20,040×1,828+4,770×1,000=41,403,659。

Age to Age	發展因子選定		
2016	1.243	1.116	
2017	1.320		
Select LDF	1.281	1.116	1.050
CDF	1.501	1.172	1.050

事故年	調整已報賠款	最終發展因子	最終賠款
Accident Year	Adjust Reported claims	CDF	Ultimate Losses
2016	57,427,500	1.050	60,298,875
2017	49,925,000	1.172	58,504,856
2018	46,637,500	1.501	70,022,576

(2)

若存在一些提存已報未付的理賠策略變動，未調整的已發生賠款可能會產生高估或低估最終賠款的情況，故可以 Berquist-Sherman Case reserve 之調整以避免此高低估的情況。

16. (6 分)

你擁有 2015-2018 事故年度損失資料，於發展 12 個月後的數據：

事故年度	已付賠款 (\$000)	已報賠款 (\$000)	結案件數	未決件數
2015	\$38,302	\$68,746	11,200	6,088
2016	\$71,112	\$153,380	20,000	14,556
2017	\$102,076	\$207,344	27,600	16,476
2018	\$136,372	\$296,460	35,470	22,176

(1)(3 分)

請以上列數據測試個案賠款準備的適足性並詮釋之。

(2)(2 分)

請利用 Berquist-Sherman technique for case reserve adequacy 計算各事故年度調整後的已報賠款。

(3)(1 分)

承上，倘若不調整各事故年度的已報數據，若採鏈梯法(chain ladder)估計賠款準備金會有什麼影響?請詳述。

【參考解答】

(1)

事故年	個案賠款準備 (\$000)	平均未決 金額	未決變化 趨勢	平均結案 金額	結案趨勢
2015	\$30,444	\$5,000.66		\$3,420	
2016	\$82,268	\$5,651.83	13.0%	\$3,556	4.0%
2017	\$105,268	\$6,389.17	13.0%	\$3,698	4.0%
2018	\$160,088	\$7,218.98	13.0%	\$3,845	4.0%
				選定	<u>4%</u>

比較未決賠案及已結案的損失幅度變化趨勢,發現未決的趨勢遠高於已結案的趨勢值。較高的趨勢值顯示個案賠款準備金的適足性水平已經改變。

(2) 選定損失幅度趨勢因子為 4%

事故年	調整後平均未 決金額	調整後未決賠款 準備(\$000)	調整後已報賠款 (\$000)
2015	\$6,417.64	39,071	77,373
2016	\$6,674.35	97,152	168,264
2017	\$6,941.32	114,365	216,441
2018	\$7,218.98	160,088	296,460

(3)當已報未決的準備金相對充足性水平有了顯著的提高,這代表使用已報賠款數據進行預測時將很有可能高估準備金,因為已報賠款的損失發展因子(LDF)會相對變高,導致預估最終損失會高估,因此賠款準備金會被高估。

17. (4 分)

給定以下資訊：

事故年度	直接及分進 已付(含 S&S)	選定最終直接及 分進賠款(含 S&S)	已收到 S&S 估 已付賠款比例	S&S 比例之 最終發展因子
2016	31,026	51,000	0.361	1.100
2017	31,136	51,750	0.379	1.108
2018	18,882	49,500	0.286	1.430

(1) (3 分)

請利用比例法估計事故年 2016-2018 年 S&S 之未來可攤回金額。

(2) (1 分)

請說明利用比例法估算 S&S 可攤回金額之優點(至少一項)。

(各項比率以及發展因子的計算請四捨五入至小數點第 3 位)

【參考解答】

(1)

事故年度	已收到之 S&S 估 已付賠款比例	S&S 比例之 最終發展因子	S&S 之最終 估已付比率	選定最終直接及 分進賠款(含 S&S)
	(1)	(2)	(3)=(1)*(2)	(4)
2016	0.361	1.100	0.397	51,000
2017	0.379	1.108	0.420	51,750
2018	0.286	1.430	0.409	49,500

事故年度	預估最終 S&S	直接及分進 已付(含 S&S)	直接及分進 已付 S&S	S&S 未來 可攤回金額
	(5)=(3)*(4)	(6)	(7)=(1)*(6)	(8)=(5)-(7)
2016	20,247	31,026	11,200	9,047
2017	21,735	31,136	11,801	9,934
2018	20,246	18,882	5,400	14,845
			合計	33,826

(2)

A. 比例法相較於已報或已收 S&S 發展法而言,在較早發展期間的槓桿比較低。

B. 由於比例法較屬於判斷性的,故若某些事故年度的比例看起來古怪不太合理時,可主觀判斷並調整(較具彈性)。

18. (5 分)

保險公司將業務透過超額損失再保險(Excess of loss)和限額停損(stop loss limit)再保險做再保安排，相關賠款資訊如下：

保單年	承保及再保分 入預期最終賠 款 (\$000)	超額損失再保後(Net of Excess of loss) 之自留賠款於 2018 年底			停損限額 (stop loss limit) (\$000)
		預期自留最 終賠款(\$000)	已報賠款 (\$000)	已付賠款 (\$000)	
2016	3,300	2,950	2,900	2,400	3,000
2017	3,600	3,500	3,200	2,400	3,000
2018	4,000	3,800	2,800	2,000	3,000

(1)(3 分)

計算 2018 年底，保單年 2016-2018 之淨自留 IBNR(即扣除所有再保險後之自留)

(2)(2 分)

計算 2018 年底，保單年 2016-2018 之淨自留未付賠款(準備金)

【參考解答】

(1):

保單年	淨自留最終賠款(\$000) (1)	淨已報賠款(\$000) (2)	自留 IBNR(\$000) (3)=(1)-(2)
2016	$\min(2,950; 3,000) = 2,950$	$\min(2,900; 3,000) = 2,900$	50
2017	3,000	3,000	0
2018	3,000	2,800	200
		合計(\$000)	250

(2) 自留未付賠款(準備金)=自留最終-自留已付

保單年 2016 自留未付(\$000) = 2,950 - 2,400 = 550
 保單年 2017 自留未付(\$000) = 3,000 - 2,400 = 600
 保單年 2018 自留未付(\$000) = 3,000 - 2,000 = 1,000

合計(\$000) 2,150

19. (5 分)

你擁有以下的索賠制保單簽單組合資訊:

曆年度	已付 ULAE	已付賠款	年末個案賠款 準備金	年末未報賠款 準備金
2015	\$818	\$7,250	\$15,150	\$12,500
2016	\$952	\$11,750	\$20,900	\$15,000
2017	\$1,228	\$15,900	\$27,500	\$17,500
2018	\$1,522	\$20,750	\$33,000	\$21,250

- 賠款金額已包含了可分配理賠費用(ALAE)

(1)(3 分)

請利用 Kittel adjustment 計算 2018/12/31 的 ULAE 預估值。

(2)(2 分)

請說明 Kittel adjustment 並沒有解決傳統方法中的那些缺點?

(註:計算比率時,請四捨五入至小數點第三位)

【參考解答】

(1) 由於保單是索賠基礎，所以沒有純 IBNR(即純 IBNR=0)，因此年末未報款準備金為 IBNER。另外，曆年度的已發生賠款為當期已付+期末未決-期初未決

曆年度	已付 ULAE	已付賠款	年末個案賠款準備金	年末未報賠款準備金	已發生賠款	已付與已發生的平均	比率
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(2)+[(3)+(4)-{前期(3)+(4)}]	(6)=1/2*[(2)+(5)]	(7)=(1)/(6)
2015	\$818	\$7,250	\$15,150	\$12,500			
2016	\$952	\$11,750	\$20,900	\$15,000	\$20,000	\$15,875	6.0%
2017	\$1,228	\$15,900	\$27,500	\$17,500	\$25,000	\$20,450	6.0%
2018	\$1,522	\$20,750	\$33,000	\$21,250	\$30,000	\$25,375	6.0%
						選定比率	6.0%

因此，2018/12/31 的 ULAE

$$=6.0\% \times [50\% \times (\$33,000 + \$21,250 + 100\% \times (\$0))] = \$1,627.50$$

(2) 傳統法的缺點是 50% 的 ULAE 發生在開案以及 50% 的 ULAE 發生在結案，這個缺點在 kittel 法上並未被解決(亦即，Kittel 法沿用了這個假設)。

或 當通膨的影響在已付 ULAE 和賠案的效果不一致時。

或 假設 50% 的 ULAE 發生在開案，50% 的 ULAE 發生在結案這個假設並非永遠是對的。

20. (6 分)

ABC 公司自 2015 年開始營運，你擁有以下的資訊：

累積已付賠款及已付可分配理賠費用(ALAE)

事故年度	經過月數				曆年度	已付不可分 配理賠費用
	12	24	36	48		
2015	30,000	60,000	90,000	108,000	2015	8,000
2016	70,000	140,000	210,000		2016	19,000
2017	90,000	180,000			2017	26,000
2018	110,000				2018	34,000

- 已付賠款及可分配理賠費用的 48 個月至最終的發展因子為 1.1
- 60% 的預期最終不可分配理賠費用(ULAE)是花費在開案
- 40% 的預期最終不可分配理賠費用(ULAE)是花費在維持費用
- 15% 的最近一個事故年度預期最終賠款與可分配理賠費用是屬於純 IBNR

請利用簡化廣義法(Simplified Generalized Method)計算出推定的 ULAE 準備金。
(註:計算比率時，請四捨五入至小數點第二位)

【參考解答】

為了計算賠案基礎，我們需要取得 AY 最終損失和 ALAE 以及 CY 已付賠款和 ALAE。我們可以从給定的三角形中獲得這兩者。首先，利用損失發展法將損失和 ALAE 發展到最終。

事故年度	12-24	24-36	36-48	48-最終
2015	2.0	1.5	1.2	1.1
2016	2.0	1.5		
2017	2.0			
選定 LDF	2.0	1.5	1.2	1.1
CDF	3.96	1.98	1.32	1.1

2015 事故年度預期最終賠款與可分配理賠費用=108,000x1.10=118,800

2016 事故年度預期最終賠款與可分配理賠費用=210,000x1.32=277,200

2017 事故年度預期最終賠款與可分配理賠費用=180,000x1.98=356,400

2018 事故年度預期最終賠款與可分配理賠費用=110,000x3.96=435,600

現在我們可以計算 CY 已付賠款及 ALAE 利用比較各期間三角形的對角線。

由於公司於 2015 年才開始營運，因此 2015 年以前是不會有賠款的

2015 曆年度已付賠款與可分配理賠費用=30,000

2016 曆年度已付賠款與可分配理賠費用=70,000+(60,000-30,000)=100,000

2017 曆年度已付賠款與可分配理賠費用=90,000+(140,000-70,000)+(90,000-60,000)=190,000

2018 曆年度已付賠款與可分配理賠費用=110,000+(180,000-90,000)+(210,000-140,000)+
(108,000-90,000) =288,000

最後可計算出 Claim basis 以及 ULAE 比率

曆年度	AY 最終賠款及 ALAE	CY 已付賠款及 ALAE	CY 已付 ULAE	Claims Basis	ULAE 對 Basis 比率
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=60%*(2)+40%*(3)	(6)=(4)/(5)
2015	118,800	30,000	8,000	83,280	0.100
2016	277,200	100,000	19,000	206,320	0.090
2017	356,400	190,000	26,000	289,840	0.090
2018	435,600	288,000	34,000	376,560	0.090
合計	1,188,000	608,000	87,000	956,000	0.090

選擇加權平均的 ULAE 比率為 0.09 純 IBNR= 15%x435,600=65,340

ULAE 準備金= 0.0900 x [60%x65,340+40%x(1,188,000- 608,000)]=24,408